

ТОМСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В. В. КУЙБИШЕВА

ТОМСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ ВСЕСОЮЗНОГО
АСТРОНОМО-ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА

КОМИССИЯ ПО МЕТЕОРИТАМ И КОСМИЧЕСКОЙ ПЫЛИ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВОПРОСЫ МЕТЕОРИТИКИ

Проблема Тунгусского метеорита
(сборник статей)

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Томск — 1976

О ПОЛЕ НАПРАВЛЕНИЙ ПОВАЛА ДЕРЕВЬЕВ В РАЙОНЕ ПАДЕНИЯ ТУНГУССКОГО МЕТЕОРИТА

В. Г. ФАСТ, А. П. БАРАННИК, С. А. РАЗИН

Обширный числовой материал о вывале леса в районе падения Тунгусского метеорита (Фаст и др., 1967) подвергнут разносторонней статистической обработке в ряде публикаций (Демин, 1963; Фаст, 1963; Бояркина и др., 1964; Золотов, 1969¹). Общий статистический анализ этого материала (Фаст, 1966, 1967) нельзя считать завершенным, и здесь приводится дополнительный анализ поля (средних) направлений повала деревьев, уточняется поведение некоторых параметров разрушений, связанных с характером ударной волны (некоторые выводы были опубликованы ранее Фастом и Баранником, 1970 и Разиным и Фастом, 1970). При этом кроме материалов общей сводки (Фаст и др., 1967) использованы данные о вывале леса еще в 170 точках, полученные под руководством А. П. Бояркиной в экспедиции 1968 г. Приведенные вычисления выполнены на УЦВМ М-20.

Оптимальная интерполяция поля направлений повала

Вывал леса задает в некоторой двумерной области D (области вывала) поле азимутов A (направлений) повала деревьев, характеризующее направление движения ударной волны, произведшей разрушения. Здесь будет рассмотрено поле направлений $\bar{A} = \bar{A}(Q)$, $Q \in D$, полученное усреднением азимутов повала на площади фиксированного размера (0,25 га). Так как вывал в основном радиален, то естественно представить поле A в виде

$$\bar{A} = \bar{A}(Q) = A_R(Q) + \alpha(Q),$$

где $Q \in D$, $A_R(Q)$ — азимут радиального направления в точке Q (радиальная составляющая), а $\alpha(Q)$ — случайная флуктуация (отклонение от радиальности) поля в этой же точке. За

¹ Статистический анализ вывала, проведенный А. В. Золотовым, стоит в стороне от остальных цитированных работ и вместе с ценной детализацией отдельных характеристик вывала содержит, как нам представляется, некоторые субъективные трактовки. Хотя с ними нельзя согласиться, здесь не ставится задача критиковать их.

центр радиальности принята особая точка («эпицентр») направлений повала деревьев (Фаст, 1967), имеющая географические координаты

$$\lambda = 101^{\circ}53'40'', \quad \varphi = 60^{\circ}53'09'',$$

а в принятой здесь условной системе координат (Фаст и др., 1967) особая точка имеет координаты

$$x = 39,2 \text{ км}, \quad y = 20,7 \text{ км}. \quad (1)$$

Из материалов о вывале значения \bar{A} известны лишь в точках $Q_i, i=1, 2, \dots, n$, образующих нерегулярную сеть в области D . Для получения значений этого поля в регулярной сети точек и построения изолиний поля \bar{A} необходима его интерполяция (расчет значений поля в точках области D , где они не определялись экспериментально). В рассматриваемом случае с некоторым огрублением правомерно предположить, что случайное поле $\alpha(Q)$ однородно и изотропно. В этом случае интерполяционное значение $\hat{A}(Q_0)$ в произвольной точке $Q_0 \in D$ можно получить методом оптимальной интерполяции (Гандин, 1963) в виде

$$\hat{A}(Q_0) = A_R(Q_0) + \sum_{i=1}^n p_i \alpha_i, \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где

$$\alpha_i = \alpha(Q_i) = \bar{A}(Q_i) - A_R(Q_i),$$

$$p_i = p(Q_0, Q_i)$$

— веса, определяемые из того условия, что математическое ожидание квадрата разности истинного (\bar{A}) и расчетного (\hat{A}) направлений должно быть минимальным, то есть веса p_1, p_2, \dots, p_n доставляют минимум выражению

$$F(p_1, p_2, \dots, p_n) = M(\bar{A} - \hat{A})^2.$$

Такие значения весов находятся (Гандин, 1963) из системы линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{i=1}^n \mu_{ij} p_i + \eta_j p_j = \mu_{ij}, \quad j=1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

где $\mu_{ij} = \mu(Q_i, Q_j)$ — значения нормированной корреляционной функции поля $\alpha(Q)$,

$$\eta_j = \frac{\sigma_{\bar{A}j}^2}{ML_j^2}$$

— отношение дисперсии $\sigma_{\bar{A}j}^2$ направления \bar{A}_j к математическому ожиданию квадрата флуктуации $M\sigma_j^2$ в точке Q_j . В даль-

нейшем полагается, что $\eta = \eta_i$ постоянно для всех $j = 1, 2, \dots, n$. Для рассматриваемого поля принято, что $\eta = 0,02$. Такой порядок значения η согласуется с предположением, что $\sigma_{\bar{A}}^2 \approx \frac{j^2}{k}$, где σ^2 — дисперсия направлений повала на единичной площади, $k \sim 100$ — количество поваленных деревьев, учтенных на этой площади и $M\alpha^2 \sim \sigma^2$. Небольшие ошибки в определении η весьма мало сказываются (Гандин, 1963) на ошибках интерполяционных значений.

Корреляционная функция μ_{ij} в случае однородного изотропного поля зависит только от расстояния r_{ij} между точками Q_i и Q_j , то есть $\mu_{ij} = \mu(r_{ij})$. При вычислении весов p_1, p_2, \dots, p_n по формуле (3) за корреляционную функцию $\mu(r)$ взята функция

$$\mu(r) = e^{-0,2|r|},$$

где r — расстояние (км)².

Для расчета интерполяционных значений отклонений от радиальности

$$\hat{\alpha}(Q_0) = \sum_{i=1}^n p_i \alpha_i,$$

где $\alpha_i = \bar{A}_i - A_R(Q_i)$ и точка Q_0 пробегает узлы регулярной решетки, значения $\bar{A}_i = \bar{A}(Q_i)$ взяты из табл. I—1 и I—2 (Фаст и др., 1967) и дополнительных материалов экспедиции 1968 г. При этом отбракованы значения \bar{A} в точках внутри квадрата с координатами $x = 36,0 \div 42,0$ км, $y = 18,0 \div 24,0$ км³ (это эпицентральной область, в которой поле направлений \bar{A} имеет особенность, и условие однородности и изотропности грубо нарушается), в точках, где \bar{A} рассчитано по менее чем 20 направлениям повала, а также в нескольких точках, где имеются резко выделяющиеся наблюдения значений среднего азимута или среднеквадратического отклонения (к последним относятся данные в точках с номерами 1, 3, 48, 68, 90, 174, 174', 188, 212, 217, 243, 349, 374, 411, 630, 636, 644, 662, 681, 836, 708 и в нескольких точках дополнительного материала). После выбраковки оставлены значения A в $n = 561$ точках.

Для фиксированной точки $Q_0(x_0, y_0)$ интерполяция проводилась лишь по значениям \bar{A}_i в тех точках $Q_i(x_i, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, которые попадают в квадрат

² Эта функция была рассчитана Э. Н. Кривяковой в 1966 г. по случайной выборке пар точек (Q_i, Q_j), разделенных на классы по расстояниям. Выборочные коэффициенты корреляции в зависимости от расстояния были приближены функцией $\mu(r) e^{-a|r|}$, где значение $a = 0,2$ км⁻¹ найдено методом наименьших квадратов.

³ Здесь используется система координат, описанная Фастом и др. (1967). Ось x -ов отклоняется на 4°, а ось y -ов на 94° к востоку от истинного меридиана.

$$|x_i - x_0| < 6 \text{ км}, |y_i - y_0| < \text{км},$$

при условии, что туда попадает не менее трех точек Q_i . Если в этот квадрат попадает более 10 точек Q_i , то для интерполяции использовались значения \bar{A}_i лишь в десяти ближайших к Q_0 точках Q_i . Известно, что добавление большего числа точек фактически не ухудшает интерполяционных значений.

На рис. 1 приведены интерполяционные значения $\hat{\alpha}$ поля α , рассчитанные для узлов Q_0 километровой сетки, а на рис. 2 — интерполяционные значения \hat{A} поля A , рассчитанные по формуле (2) в тех же узлах. На обоих рисунках проведены изолинии значений поля (изолинии на рис. 2 принято еще называть изоклинами).

Ранее были опубликованы (Фаст, 1967, рис. 6 и 9) изолинии полей \hat{A} и $\hat{\alpha}$, полученные значительно более грубым методом, и дан их первичный анализ. Приведенные на рис. 1 и 2 интерполяционные значения, полученные оптимальной интерполяцией, существенно уточняют поведение этих полей и позволяют выявить некоторые новые характерные особенности. Следует отметить, что интерполяционные значения вычислены в несколько большей области, чем область вывала D . Значения поля области с площадью около 800 км², окаймляющей область D , фактически являются экстраполяционными. Границы области вывала указаны на рис. 8 в работе Фаста (1967).

Область значений поля $\hat{\alpha}$ в интервале $0 < \alpha < 5^\circ$ представляет собой как бы крест, оси которого проходят по азимутам 12 и 92°, а центр креста находится вблизи особой точки (1) поля направлений ($x = 38 \div 39$ км, $y = 23 \div 24$ км). Этот крест делит область вывала на четыре квадранта. В первом квадранте (между 12 и 92°) значения отклонений $\hat{\alpha}$ от радиального направления отрицательны (средние направления повала отклоняются от радиального влево), во втором — они положительны (отклоняются вправо), в третьем — снова отрицательны, а в четвертом — опять положительны. Таким образом, центр креста является для поля седловой точкой. Указанная общая тенденция в поведении поля $\hat{\alpha}$ для первого и второго квадрантов отмечалась и раньше (Фаст, 1967), но для третьего и четвертого квадрантов она отмечена лишь после получения рис. 1. Области максимальных абсолютных отклонений от радиальности в первом и втором квадрантах имеют продолговатую форму. Они вытянуты поперек направлений повала и расположены внутри квадрантов несколько ближе к границе вывала, чем к эпицентру.

Ранее было обращено внимание (Фаст, 1967) на то, что поле отклонений α от радиальности в среднем положительно, и по имеющимся там интерполяционным значениям $\hat{\alpha}$ было вы-

числено среднее значение $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}(R)$ на окружностях радиуса R с центром в особой точке (1). Гораздо более надежная оценка для $\bar{\alpha}(R)$ получится, если положить

$$\bar{\alpha}(R) = \frac{1}{N_R} \sum_{i=1}^{N_R} \hat{\alpha}_i(R),$$

используя приведенные на рис. 1 интерполяционные значения $\hat{\alpha}(R)$ в точках кольца, ограниченного окружностями радиусов $R \pm \Delta R$. Величина N_R — количество точек, попадающих в это кольцо. Для $\Delta R = 1$ км и $R = 4, 6, 8, \dots, 20$ км получены значения (в градусах): 2,27; 2,06; 2,99; 3,22; 1,95; 2,56; 2,78; 2,70; 1,66.

В рассматриваемом интервале (4—20 км) можно считать $\bar{\alpha}(R) \approx 2^\circ,5$. Примерно то же значение получится, если усреднить $\hat{\alpha}_i$ внутри круга радиуса 21 км с центром в особой точке (1). Более строго следует, конечно, считать что $\bar{\alpha}(R)$ возрастает при малых и убывает при больших R . Таким образом, в среднем поле средних направлений повала деревьев отклоняется от радиального направления на $2^\circ,5$ вправо.

На рис. 3 черточками изображено поле \hat{A} направлений повала, построенное согласно интерполяционным значениям, приведенным на рис. 2; приведены интегральные линии (линии тока) этого поля и изогональные траектории (замкнутые линии), образующие с полем направлений угол в $87^\circ, 5$. Интегральные линии образуют в первом квадранте (согласно приведенному выше разделению) S-образные кривые, а во втором — зеркально симметричные им кривые. Аналогичная, но несколько менее выраженная симметрия интегральных кривых наблюдается в третьем и четвертом квадрантах. Замкнутые изогональные траектории можно в первом приближении считать изохронами фронта ударной волны, а интегральные линии поля \hat{A} можно рассматривать как траектории движения элемента фронта ударной волны. Обращает на себя внимание тот факт, что поле направлений имеет наиболее радиальный характер на расстояниях 4—10 км от особой точки (1), затем — на далеких (периферийных) расстояниях и, как уже отмечалось, в окрестности описанного выше креста.

Мера ошибки интерполяции $\varepsilon^2 = \varepsilon^2(Q_0)$, $0 \leq \varepsilon^2 \leq 1$, в точке Q_0 для обоих полей α и \bar{A} определяется (Гандин, 1963) соотношением

$$\varepsilon^2 = \frac{M(\bar{A} - \hat{A})^2}{M\alpha^2} = 1 - 2 \sum_{i=1}^n p_i \nu_{oi} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i p_j \nu_{ij} + \sum_{i=1}^n p_i \gamma_i.$$

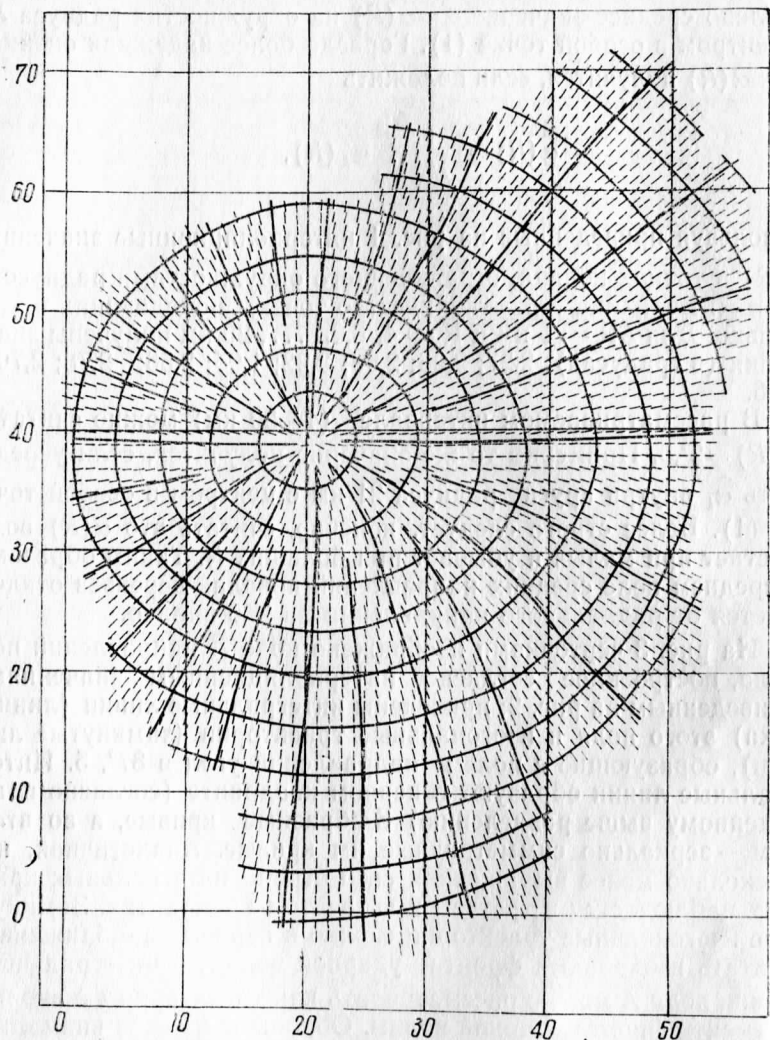


Рис. 3. Поле направлений повала деревьев, его интегральные линии (линии тока) и изогональные траектории (изохроны фронта ударной волны), образующие с полем направлений $87^{\circ},5$

На рис. 4 приведено поле меры ошибок (вернее, изображено поле $100 \cdot \varepsilon^2$), рассчитанное для узлов Q_0 четырехкилометровой сетки. Мера ошибки резко возрастает при экстраполяции за пределы области вывала. Рис. 5 изображает поле умноженное на 10 суммы весов $\sum_{i=1}^n p_i$, использованных для получения интер

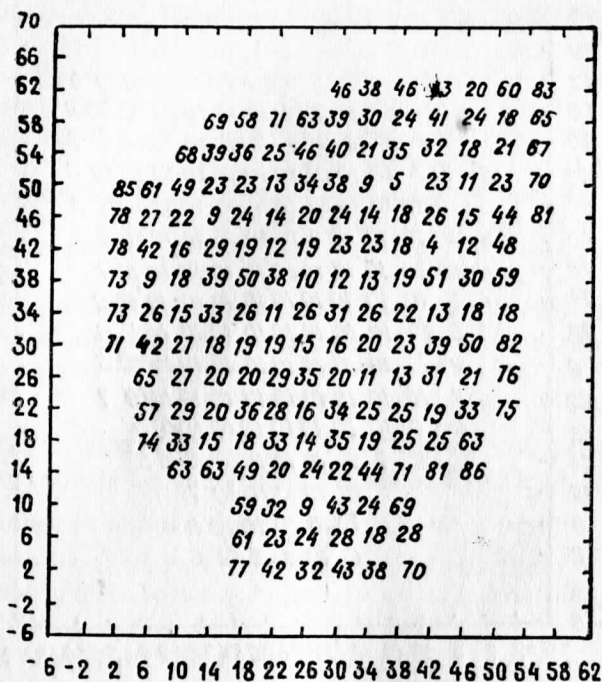


Рис. 4. Поле меры e^2 ошибок интерполяции (значения e^2 здесь умножены на 100)

полюционных значений по формуле (1). Изолиния $\sum_{i=1}^n p_i = 0,9$ неплохо приближает границу области вывала (см. с рис. 8 в работе Фаста, 1967): в пределах области вывала сумма весов равна 1, а за пределами вывала резко падает.

Симметрия поля направлений повала

Общий вид картины поля направлений повала деревьев (рис. 1—3) свидетельствует о наличии в ней некоторой осевой симметрии (Фаст, 1966, 1967). По характеру поля направлений (кривизне изоклин) ранее было определено направление $\alpha_0 = 111^\circ$ (115° к востоку от истинного меридиана), относительно которого у изоклин меняется знак средней кривизны (влияние положительного среднего отклонения направлений от радиального здесь было устранено). Однако довольно сложный характер изоклины (см., например, рис. 2) указывает на неустойчивость их кривизны. Здесь будет изложен более естествен-

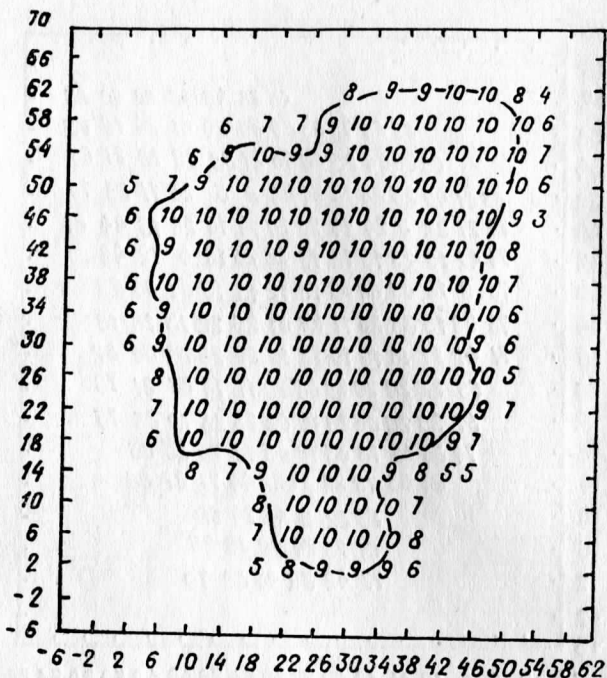


Рис. 5. Поле суммы весов $\sum_{i=1}^n p_i$ использованных для получения интерполяционных значений (значения суммы весов здесь умножены на 10)

венный подход к задаче об определении осевой симметрии применимой к случайным полям довольно широкого класса

Пусть случайное поле $\beta = \beta(Q)$ представимо в виде

$$\beta = \beta_r(Q) + \xi(Q), \quad Q \in D,$$

где D — область задания поля β , $\beta_r(Q)$ — его регулярная (не случайная) компонента, а $\xi(Q)$ — некоторое случайное поле с нулевым математическим ожиданием. Предполагается, что регулярная компонента обладает в D осевой симметрией, то есть если прямая A_0 — ось симметрии поля β_r , то для точек Q и Q_0^A , симметрично расположенных в D относительно оси A_0

$$\beta_r = \beta_r(Q) = \beta_r(Q_0^A) = \beta_r^{A_0}.$$

Величину

$$m(A) = \frac{1}{N_A} \sum_{i=1}^{N_A} [\beta(Q_i^A) - \beta(Q_i)]^2, \quad (4)$$

где $\beta(Q_i)$ — значение некоторой реализации поля β в точке

$Q_i \in D, Q_i^A \in D$ — точка, симметричная Q_i относительно прямой A , N_A — число пар точек (Q_i, Q_i^A) , можно принять за оценку меры асимметрии $\mu(A)$ поля β относительно прямой A при предположении, что истинная мера асимметрии определяется ее математическим ожиданием $\mu(A) = M\bar{m}(A)$. Естественно, что для оси симметрии A_0 поля β , мера $\mu(A_0)$ должна достигать минимального значения. Таким образом, задача об отыскании оси симметрии случайного поля β (вернее, оси минимальной асимметрии поля) сводится к отысканию минимума функции $\mu(A)$.

Предложенный метод применен для определения оси симметрии поля средних азимутов $\bar{A}(Q)$ повала деревьев в районе падения Тунгусского метеорита. При этом в качестве $v(Q_i^A) - v(Q_i)$ в (4) взят угол φ_i , который определяется следующим образом (рис. 6). Пусть \vec{e}_i и \vec{e}_i^A — единичные векторы, помещенные соответственно в точки Q_i и Q_i^A и имеющие соответственно направления $\bar{A}(Q)$ и $\bar{A}(Q^A)$, и пусть, далее, \vec{e}_i^{*A} — вектор, полученный зеркальным отображением \vec{e}_i^A относительно прямой A . Тогда φ_i определится как угол между векторами \vec{e}_i и \vec{e}_i^{*A} .

Поскольку значения A известны лишь в точках $Q_i, i = 1, 2, \dots, n$, образующих нерегулярную сеть в области D , то значения $A(Q_i^A)$ оказываются неизвестными и их приходится

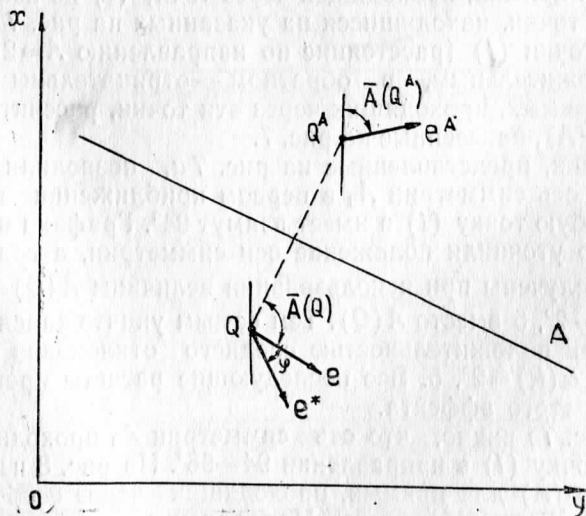


Рис. 6. Отклонения φ_i значений поля направлений $\bar{A}(Q)$ в симметричных относительно прямой A точках Q_i и Q_i^A

заменять значениями, полученными в результате интерполяции по значениям $\bar{A}(Q_i)$. Применение для этой цели метода оптимальной интерполяции, изложенного в первой части статьи, в значительной мере увеличило бы объем вычислений. Поэтому интерполяция осуществлялась более простым методом. Интерполяционное значение $A(Q_i)$ определялось по формуле

$$\hat{A}(Q^A) = A_R(Q_i^A) + \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} \alpha(Q_{jk}),$$

где суммирование идет по всем точкам Q_{jk} , $k=1, 2, \dots, n_i$, попавшим в квадрат со стороны в 4 км и центром в точке Q_i^A , а α , как и раньше, означает отклонение среднего азимута от радиального направления $A_R(Q)$.

Алгоритм поиска прямой A_0 , минимизирующей меру асимметрии, строился по принципу перебора. Для грубого поиска окрестности A_0 считалась величина

$$m_0(A) = \frac{1}{N_A} \sum_{i=1}^{N_A} |\varphi_i|,$$

где N_A — число пар точек (Q_i, Q_i^A) , по которым вычислялась величина $m_0(A)$, $N_A \leq n = 561$, так как для некоторых пар значение $\hat{A}(Q_i^A)$ получить не удается.

Зависимость $m_0(A)$ от азимута прямой A изображена на рис. 7. На прямой, проходящей через точку (1) по азимуту 21° выбраны точки, находящиеся на указанных на рис. 7 расстояниях от точки (1) (расстояние по направлению $A=21^\circ$ считается положительным, в обратном — отрицательным). Для пучков прямых, проходящих через эти точки, рассчитаны значения $m_0(A)$, нанесенные на рис. 7.

Графики, представленные на рис. 7а, позволили заключить, что ось симметрии A_0 в первом приближении проходит через особую точку (1) и имеет азимут 94° . Графики на рис. 7б несколько уточнили положение оси симметрии, а графики на рис. 7в получены при использовании величины $\bar{A}(Q) - \alpha(R) = \bar{A}(Q) - 2^\circ, 5$ вместо $A(Q)$. Тем самым уничтожился эффект, вызванный положительностью среднего отклонения от радиальности $\alpha(R) = 2^\circ, 5$. Все последующие расчеты проводились с учетом этого эффекта.

Из рис. 7в видно, что ось симметрии A_0 проходит через особую точку (1) в направлении $94-96^\circ$. На рис. 8 изображен график $m_0(A)$ для прямых, проходящих через особую точку под различными азимутами. Направление, минимизирующее функцию $m_0(A)$, имеет магнитный азимут 95° (99° к востоку от истинного меридиана).

Таким образом, по внутренней структуре поле средних на-

$m_0(A)$

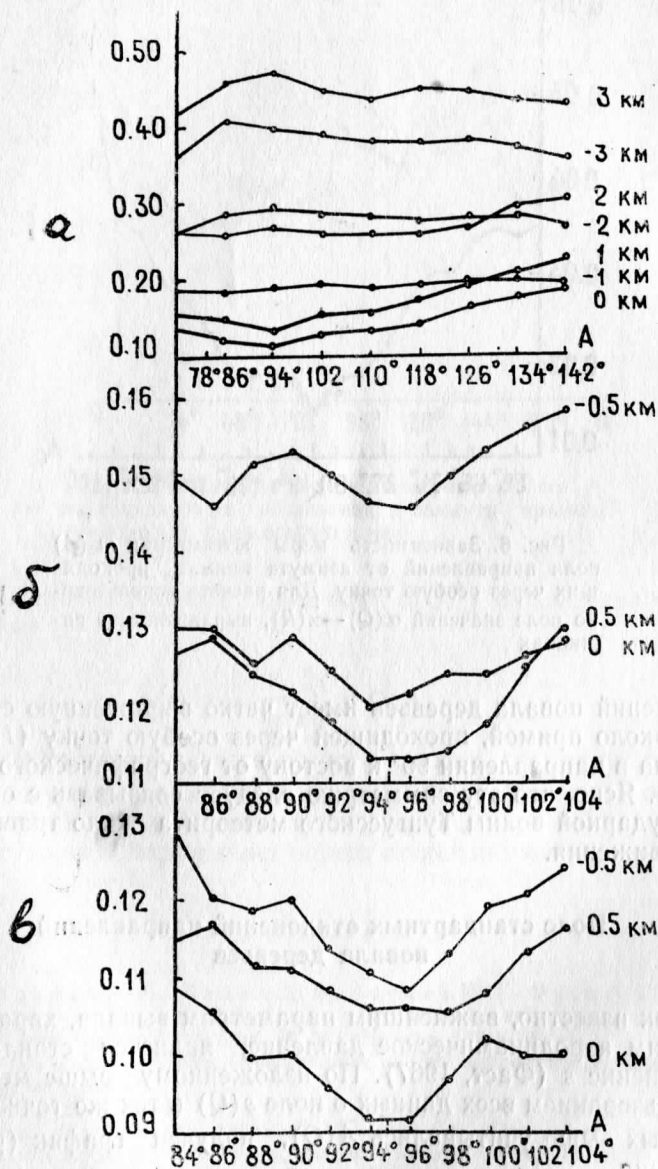


Рис. 7. Значения $m_0(A)$, полученные: а) при большом шаге по расстоянию и по направлению, б) с более частым шагом в окрестности найденного ранее минимального значения $m_0(A)$, в) по полю $\alpha(Q) - \bar{\alpha}(R)$ (все значения $m_0(A)$ выражены в радианах)

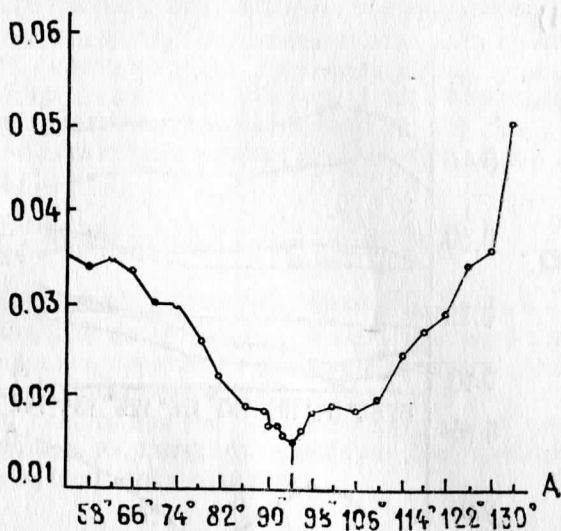


Рис. 8. Зависимость меры асимметрии $m_0(A)$ поля направлений от азимута прямых, проходящих через особую точку. Для расчета использовано поле значений $\alpha(Q) - \bar{\alpha}(R)$, выраженных в радианах

правлений повала деревьев имеет четко выраженную симметрию около прямой, проходящей через особую точку (I) поля вывала в направлении 99° к востоку от географического меридиана. Ясно, что эту симметрию следует связывать с симметрией ударной волны Тунгусского метеорита около траектории его движения.

Поле стандартных отклонений направлений повала деревьев

Как известно, важнейшим параметром вывала, характеризующим аэродинамическое давление, является стандартное отклонение s (Фаст, 1967). По изложенному выше методу с использованием всех данных о поле $s(Q)$ в тех же точках, для которых выше учитывались $\bar{A}(Q)$, получен график (рис. 9) функции

$$m(A) = \frac{1}{N_A} \sum_{i=1}^{N_A} [s(Q_i) - \tilde{s}(Q_i^A)]^2$$

для прямых $\{A\}$, проходящих через точку (I) под различными азимутами.

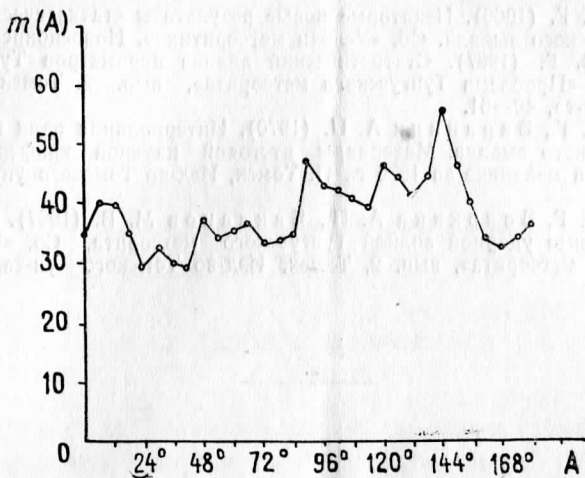


Рис. 9. Зависимость меры асимметрии $m(A)$ поля стандартных отклонений s азимута прямых, проходящих через особую точку

Интерполяционные значения $\hat{s}(Q_i^A)$ рассчитывались по формуле

$$\hat{s}(Q_i^A) = \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} s(Q_{i_k}),$$

где суммирование ведется по всем точкам, попавшим в квадрат с центром в точке Q_i^A и стороной 4 км. Из поведения графика $m(A)$ для поля стандартов видно, что его внутренняя структура не обнаруживает определенной симметрии.

ЛИТЕРАТУРА

- Бояркина А. П., Демин Д. В., Зоткин И. Т., Фаст В. Г. (1964). Изучение ударной волны Тунгусского метеорита по вызванным им разрушениям леса. Метеоритика, вып. 24. М., «Наука», 112—128.
- Гандин Л. С. (1963). Объективный анализ метеорологических полей. Л., Гидрометеиздат.
- Демин Д. В. (1963). О среднем квадратичном отклонении азимутов поваленных деревьев как параметре вывала. Сб. «Проблема Тунгусского метеорита». Труды ВГО, 5. Томск, Изд-во Томского ун-та, 94—96.
- Золотов А. В. (1969). Проблема Тунгусской катастрофы 1908 г. Минск, «Наука и техника».
- Разин С. А., Фаст В. Г. (1970). О симметрии случайных полей. Материалы итоговой научной конференции по математике и механике за 1970 г., II. Томск, Изд-во Томского ун-та, 118—120.
- Фаст В. Г. (1963). К определению эпицентра взрыва Тунгусского метеорита. Сб. «Проблема Тунгусского метеорита». Труды ВГО, 5, Томск, Изд-во Томского ун-та, 97—104.

Фаст В. Г. (1966). Некоторые новые результаты статистического анализа Тунгусского вывала. Сб. «Успехи метеоритики». Новосибирск, 16—18.

Фаст В. Г. (1967). Статистический анализ параметров Тунгусского вывала. Сб. «Проблема Тунгусского метеорита», вып. 2. Томск, Изд-во Томского ун-та, 40—61.

Фаст В. Г., Баранник А. П. (1970). Интерполяция поля направлений Тунгусского вывала. Материалы итоговой научной конференции по математике и механике за 1970 г., II. Томск, Изд-во Томского ун-та, 124—128

Фаст В. Г. Бояркина А. П., Бакланов М. В. (1967). Разрушения, вызванные ударной волной Тунгусского метеорита. Сб. «Проблема Тунгусского метеорита», вып. 2, Томск, Изд-во Томского ун-та, 62—104.