

ПРОБЛЕМНАЯ ЛАБОРАТОРИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ КОСМИЧЕСКОГО ВЕЩЕСТВА
НА ТЕРРИТОРИИ СИБИРИ ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

имени В. В. КУЙБЫШЕВА

КОМИССИЯ ПО МЕТЕОРИТАМ И КОСМИЧЕСКОЙ ПЫЛИ СО АН СССР
ГЕОГРАФИЧЕСКОЕ ОБЩЕСТВО СССР. ТОМСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ. ТРУДЫ, ТОМ 6.
ТОМСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ ВСЕСОЮЗНОГО АСТРОНОМО-ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО
ОБЩЕСТВА

ПРОБЛЕМА ТУНГУССКОГО МЕТЕОРИТА

ВЫПУСК 2



ИЗДАТЕЛЬСТВО ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Томск — 1967

НЕКОТОРЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕТЕОРНЫХ ТЕЛ И МЕТЕОРИТОВ

Р. Г. ЛАЗАРЕВ

1. Численность спорадических метеоров при визуальных наблюдениях

Одной из важнейших задач визуальных и телескопических наблюдений метеоров является определение истинной функции светимости. Другие, более точные методы (фотографические, радиотехнические) до сих пор во многом опираются на результаты первых двух. Например, степенной закон распределения метеорных тел по массе, принятый «безоговорочно» в радиолокационной метеорной астрономии, основан на результатах визуальных определений функции светимости. Определение коэффициентов замечаемости связано с большими трудностями и коэффициенты, как правило, отягощены рядом ошибок, случайных и систематических. Ясно, что и истинная функция светимости получается искаженной теми же ошибками.

В работе [1] К. А. Любарский исследует различные случайные ошибки (ошибка в оценке звездной величины, эффект длины метеорного следа, эффект обрыва следа при телескопических наблюдениях). Для выяснения роли случайной ошибки μ в оценке звездной величины он рассматривает интегральные уравнения вида

$$n(m) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} p(m - \mu) N(m - \mu) e^{-h^2 \mu^2} d\mu.$$

Здесь $n(m)$ — наблюдаемое число метеоров величины m , p — коэффициент замечаемости, N — функция светимости. Автор приходит к выводу о том, что случайные ошибки сильно искажают функцию светимости.

В данной работе мы остановимся на роли систематических ошибок, рассмотрим, главным образом, их влияние на оценку численности наблюдаемых метеоров. Систематические ошибки (например, личная ошибка наблюдателя) приводят к тому, что общее число наблюдаемых метеоров до некоторой предельной звездной величины μ определяется неправильно, так как наблюдатель замечает метеоры до величины $\mu - \Delta m$, которую он ошибочно оценивает как величину μ . Здесь Δm — систематическая ошибка (положительная или отрицательная).

Общее число метеоров

$$n = n(\mu) = \int_{-\infty}^{\mu} p(m) N(m) dm. \quad (1)$$

С учетом систематической ошибки

$$n' = n(\mu - \Delta m) = \int_{-\infty}^{\mu - \Delta m} p(m) N(m) dm. \quad (2)$$

Систематической ошибкой можно считать также, например, эффект угловой скорости метеоров, приводящий к завышению предельной наблюдаемой величины ($\Delta m > 0$).

Для оценки численности наблюдаемых метеоров примем, как обычно, что истинная функция светимости имеет вид $N(m) = N(0) \kappa^m$. Для коэффициентов замечаемости в пределах $1 \div 6$ величины возьмем ряды, полученные Эпиком [2] и Хофмейстером [3].

Таблица 1 (Эпик)

m	$<2,7$	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
$p(m)$	1,00	0,88	0,67	0,46	0,175	0,101

Таблица 2 (Хофмейстер)

m	0	1	2	3	4	5	6
$p(m)$	1,00	0,95	0,78	0,51	0,25	0,05	0,001

Для шкалы Эпика в интервале $2^m, 7 \div 4^m, 5$ довольно точно выполняется линейный закон $p(m) = 2,26 - 0,46 m$. Для шкалы Хофмейстера

более подходящим является показательный закон $p(m) = \exp\left(-\frac{m^2}{4\beta}\right)$,

где β , вообще говоря, является функцией от m , причем убывает почти линейно от $\beta(1) = 4,72$ до $\beta(6) = 1,30$. Коэффициенты замечаемости Хофмейстера можно выразить более точно с помощью функции

$$p(m) = \exp\left(-\frac{m^2}{4\beta}\right) P_n(m), \text{ где } P_n(m) \text{ — полином } n\text{-ой степени. При}$$

приближении полиномом второй степени результаты вычислений по способу наименьших квадратов дают

$$p(m) = \exp\left(-\frac{m^2}{13,32}\right) (1 + 0,16 m - 0,056 m^2),$$

причем $\beta = 3,33$ — величина постоянная. Для полинома третьей степе-

$$\text{ни } p(m) = \exp\left(-\frac{m^2}{13,32}\right) (1 + 0,1275 m - 0,0429 m^2 - 0,0011 m^3),$$

В последнем случае отклонения от величин таблицы Хофмейстера не превышают 5%.

Примем сначала, что $p(m)$ аппроксимируется показательной функцией $p(m) = \exp\left(-\frac{m^2}{4\beta}\right)$, причем $\beta = \text{const}$ (например $\beta = 3$, т. е.

среднему значению). Предположим, что $x = e = 2,71$. Равенство (1) переписывается в виде

$$n = n(\nu) = N(0) \int_{-\infty}^{\mu} \exp\left(m - \frac{m^2}{4\beta}\right) dm. \quad (3)$$

Согласно [4]

$$\int_0^{\infty} \exp\left(-\gamma m - \frac{m^2}{4\beta}\right) dm = \sqrt{\pi\beta} \exp(\beta\gamma^2) [1 - \Phi(\gamma\sqrt{\beta})], \quad \operatorname{Re} \beta > 0. \quad (4)$$

Здесь $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ — интеграл вероятностей.

$$\int_{-\mu}^{\infty} \exp\left(-\gamma m - \frac{m^2}{4\beta}\right) dm = \sqrt{\pi\beta} \exp(\beta\gamma^2) \left[1 - \Phi\left(\gamma\sqrt{\beta} + \frac{\nu}{2\sqrt{\beta}}\right)\right]. \quad (5)$$

$\operatorname{Re} \beta > 0, \mu > 0.$

Вычитывая из равенства (4) равенство (5), получим

$$\int_0^{\mu} \exp\left(-\gamma m - \frac{m^2}{4\beta}\right) dm = \sqrt{\pi\beta} \exp(\beta\gamma^2) \left[\Phi\left(\gamma\sqrt{\beta} + \frac{\mu}{2\sqrt{\beta}}\right) - \Phi(\gamma\sqrt{\beta})\right]. \quad (6)$$

Заменяем далее в (4) m на $-m$.

$$\text{Тогда } \int_{-\infty}^0 \exp\left(\gamma m - \frac{m^2}{4\beta}\right) dm = \sqrt{\pi\beta} \exp(\beta\gamma^2) [1 - \Phi(\gamma\sqrt{\beta})]. \quad (7)$$

Наконец, полагая в (6) $\gamma = -1$, а в (7) $\gamma = 1$ и складывая (6) и (7), получим

$$n = n(\nu) = \int_{-\infty}^{\mu} \exp\left(m - \frac{m^2}{4\beta}\right) dm = \sqrt{\pi\beta} \exp(\beta) \left[1 + \Phi\left(-\sqrt{\beta} + \frac{\mu}{2\sqrt{\beta}}\right)\right]. \quad (8)$$

Систематическая ошибка приводит к изменению интегральной численности метеоров

$$\begin{aligned} n' = n(\nu - \Delta m) &= \int_{-\infty}^{\mu - \Delta m} \exp\left(m - \frac{m^2}{4\beta}\right) dm = \\ &= \sqrt{\pi\beta} \exp(\beta) \left[1 + \Phi\left(-\sqrt{\beta} + \frac{\mu - \Delta m}{2\sqrt{\beta}}\right)\right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Из (8) и (9)

$$\frac{n'}{n} = \frac{1 + \Phi\left(-\sqrt{\beta} + \frac{\nu - \Delta m}{2\sqrt{\beta}}\right)}{1 + \Phi\left(-\sqrt{\beta} + \frac{\nu}{2\sqrt{\beta}}\right)}.$$

При возрастании ν это отношение неограниченно приближается к единице. При $\beta = 3$, $\mu = 2$ и $\Delta m = 1$, $\frac{n'}{n} = 0,417$, а при $\mu = 6$ (предельная

величина для визуальных наблюдений) $\frac{n'}{n} = 0,689$; при $\Delta m = 0,5$ эти

величины равны соответственно 0,641 и 0,838. Физически это означает тот очевидный факт, что ошибка в предельной наблюдаемой величине не может сильно повлиять на оценку общего количества наблюдаемых до данной величины метеоров, которое складывается в основном из метеоров более ярких ($3 \div 4$ величины). Это тем более верно, что действительные коэффициенты замечаемости для слабых

метеоров еще меньше, чем $p(m) = \exp\left(-\frac{m^2}{4\beta}\right)$. Но систематическая ошибка, конечно, сильно искажает коэффициенты замечаемости, а значит и истинную функцию светимости.

Если использовать для $p(m)$ более точную оценку $p(m) = \exp\left(-\frac{m^2}{4\beta}\right) P_n(m)$, то можно написать

$$\begin{aligned} n - n' &= N(0) \int_{\mu - \Delta m}^{\mu} x^m \exp\left(-\frac{m^2}{4\beta}\right) P_n(m) dm < \\ &< N(0) x^{\mu} \exp\left[\frac{-(\mu - \Delta m)^2}{4\beta}\right] P_{\max}(m) \cdot \Delta m \rightarrow 0 \end{aligned}$$

при $\mu \rightarrow \infty$ и $\frac{n'}{n} \rightarrow 1$ при $\mu \rightarrow \infty$. Это последнее отношение стремится

к единице, даже если систематическая ошибка возрастает (не очень сильно) с ростом μ .

2. К вопросу о влиянии эффекта угловой скорости метеоров на величину средней гелиоцентрической скорости, определяемую из суточной вариации численности

В предыдущем параграфе было показано, что с возрастанием звездной величины метеора влияние систематической ошибки на наблюдаемую численность метеоров убывает. Отсюда следует, что эффект угловой скорости незначительно влияет на наблюдаемые численности и его роль убывает с ростом предельной наблюдаемой величины метеора. Можно показать, что влияние этого эффекта на величину средней гелиоцентрической скорости ω , определяемую из суточной вариации численности, практически исключено.

Общее число наблюдаемых метеоров до величины μ есть

$$n = N(0) \int_{-\infty}^{\mu} x^m p(m) dm.$$

С учетом эффекта угловой скорости число метеоров будет

$$n' = N(0) \int_{-\infty}^{\mu - \Delta m} x^m p(m) dm,$$

так как в действительности мы наблюдаем метеоры до величины $\mu - \Delta m$, а не μ . Зависимость между n и n' была получена в предыдущем параграфе (при некоторых дополнительных предположениях). Влияние эффекта угловой скорости метеоров рассматривается

в работе [5]. Покажем, что для численности метеоров n и n' равенство

$$n' = N(0) \int_{-\infty}^{\mu - \Delta m} \chi^m p(m) dm = \chi^{-\Delta m} n$$

не может иметь места.

В самом деле, полагая $m' = m + \Delta m$, получим (если допустить, что Δm не зависит от m):

$$\begin{aligned} n' &= N(0) \chi^{-\Delta m} \int_{-\infty}^{\mu} \chi^{m'} p(m' - \Delta m) dm' = \\ &= N(0) \chi^{-\Delta m} \int_{-\infty}^{\mu} \chi^m p(m - \Delta m) dm \neq N(0) \chi^{-\Delta m} \int_{-\infty}^{\mu} \chi^m p(m) dm. \end{aligned}$$

В противном случае нужно считать, что $p(m - \Delta m) = p(m)$, что означало бы, что вероятностная функция есть константа.

Гелиоцентрическая скорость w определяется из формулы Штауде (Хофмейстера):

$$n = n_0 \left(1 + \frac{1}{w} \cos z_A \right)^2,$$

где n — наблюдаемая численность,

w — средняя гелиоцентрическая скорость,

z_A — зенитное расстояние апекса.

Предположим, что равенство $n = n' \chi^{\Delta m}$ выполняется. Для снижения величины w до эллиптического значения необходимо показать, что из-за влияния эффекта угловой скорости уменьшается амплитуда суточной вариации. Следовательно, множитель $\chi^{\Delta m}$ должен иметь суточный период изменения.

Так как $\Delta m = \Delta m(\omega)$, где ω — угловая скорость метеора, то нужно, чтобы ω в свою очередь была функцией зенитного расстояния апекса.

Имеем

$$\omega = \frac{V_g \sin \eta \cos z}{H}, \quad (1)$$

где

η — элонгация метеора от радианта (например, центра метеорного следа),

z — зенитное расстояние метеора (центра следа),

H — высота метеора над поверхностью Земли,

V_g — линейная скорость (с учетом притяжения Земли).

$$V_g^2 = \Lambda^2 V_0^2 + 2Rg, \quad (2)$$

где R — радиус метеорной зоны, $R \cong R_0 + 100$ км,

g — ускорение силы тяжести на расстоянии R ,

V_0 — орбитальная скорость Земли

$$\Lambda = \cos \varepsilon + \sqrt{w^2 - \sin^2 \varepsilon}, \quad (3)$$

где ε — видимая элонгация радианта от апекса. Ни одна из величин, входящих в равенства (1), (2), (3), или их комбинация, не приводят к требуемой зависимости угловой скорости от z_A .

Таким образом, эффект угловой скорости метеоров очень мало изменяет наблюдаемые численности, а его влияние на амплитуду суточной вариации численности, а значит, и на величину средней гелиоцентрической скорости w вообще практически исключено.

Заметим, что Эпик и Хофмейстер еще в тридцатые-сороковые годы пришли к заключению о незначительной роли эффекта угловой скорости.

3. Распределение направлений движения метеорных частиц и метеоритов

Непосредственное определение орбит метеоров фотографическими и радиотехническими методами указывает на значительное преобладание прямых движений. Косвенные статистические методы подтверждают этот вывод. Например, определение средней гелиоцентрической скорости w из наблюдений численности метеоров n по формуле Штауде

$$n = n_0 \left(1 + \frac{1}{w} \cos z_A\right)^2$$
 приводит к «гиперболическим» значениям w ,

т. е. $w > \sqrt{2}$. Это позволило еще более 20 лет тому назад прийти к заключению, что уменьшение амплитуды суточной вариации численности вызвано преобладанием орбит с прямым движением метеорных тел [6].

Для визуальных метеоров $w \approx 2$ (Хофмейстер), для радиометеоров $w = 2 \div 2,5$ [7], для телескопических $w \approx 4$ (Кресакова, Кресак, 1955).

Можно предположить, что по мере уменьшения масс метеоров в ряду визуальные — радио-телескопические метеоры возрастает число орбит с прямым движением (что вызывает кажущееся возрастание w). Такой же вывод на основании наблюдений телескопических метеоров делают Кресак и Кресакова [8].

Проследим теперь этот ряд частиц в сторону возрастающих масс — фотографические метеоры, слабые, яркие и звуковые болиды и, наконец, метеориты. Уиппл и Хьюз [9] пришли к заключению, что возрастание числа орбит с прямым движением продолжается и в сторону больших масс, так что наибольшим преобладанием орбит с прямым движением и малым наклоном отличаются болиды и особенно метеориты. Большинство метеоритов является догоняющими Землю, имеют малые наклоны и входят в земную атмосферу со скоростями ~ 17 км/сек. Учитывая физический фактор (большие скорости и светимости встречных частиц), Б. Ю. Левин [10] нашел, что отношение числа визуальных метеорных частиц с прямым движением к числу частиц с обратным движением порядка $10^4 \div 1,5 \cdot 10^4$. Таким образом, нужно, видимо, считать, что это отношение прогрессивно убывает от мелких частиц к крупным, хотя все еще остается весьма высоким даже для метеоритов. Для метеоритов оно к тому же возрастает благодаря влиянию физического фактора: встречные метеорные тела с большими массами сильнее разрушаются вследствие более высокой скорости и не достигают поверхности Земли.

Краткое сообщение, касающееся результатов этой работы, опубликовано в [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Любарский К. А. Бюллетень комиссии по кометам и метеорам АС АН СССР, № 7, 36, 1962.
2. Астапович И. С. Метеорные явления в атмосфере Земли. М., 1958.
3. Ловелл Б. Метеорная астрономия. М., 1958.
4. Градштейн И. С., Рыжик И. Н. Таблицы интегралов, рядов, сумм и произведений. 321, М., 1962.
5. Когоутек Л. Бюллетень астрономических институтов Чехословакии. 15, № 1, 20, 1964.
6. Федынский В. В. Сб. «Метеоры». 282, М., 1959.
7. Лейкин А. М., Лазарев Р. Г. Доклады III Сибирской конференции по математике и механике. 324, Томск, 1964.
8. Кресак Л., Кресакова М. Бюллетень астрономических институтов Чехословакии, 15, № 6, 255, 1964.
9. Уиппл Ф. Л., Хьюз Р. Ф. Сб. «Метеоры». 239, М., 1959.
10. Левин Б. Ю. МГГ. Исследования ионосферы и метеоров, № 2, 54, 1960.