ПРОБЛЕМНАЯ ЛАБОРАТОРИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ КОСМИЧЕСКОГО ВЕЩЕСТВА
НА ТЕРРИТОРИИ СИБИРИ ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
имени В. В. КУЙБЫШЕВА
КОМИССИЯ ПО МЕТЕОРИТАМ И КОСМИЧЕСКОЙ ПЫЛИ СО АН СССР
ГЕОГРАФИЧЕСКОЕ ОБЩЕСТВО СССР. ТОМСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ. ТРУДЫ, ТОМ 6.
ТОМСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ ВСЕСОЮЗНОГО АСТРОНОМО-ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО
ОБЩЕСТВА

ПРОБЛЕМА ТУНГУССКОГО МЕТЕОРИТА

ВЫПУСК 2

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Томск — 1967

ТОМСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени В. В. КУЙБЫШЕВА

Посвящается светлой памяти
МИХАИЛА БАКЛАНОВА
энтузиаста, исследователя, друга.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ ТУНГУССКОГО ВЫВАЛА

В. Г. ФАСТ

В настоящее время в целом завершена полевая съемка вывала леса, произведенного ударной волной Тунгусского метеорита, на всей территории разрушений. Подробная сводка полученных материалов приведена в [1]. Ряд результатов их анализа опубликован в работах [2—4], а дальнейший анализ представляет большой интерес при построении вероятных физических интерпретаций.

Действие ударной волны на участок лесного массива

Как известно [5], деревья чувствительны, главным образом, к действию нагрузок торможения ударной волны, и вызываемые ею повреждения леса подобны повреждениям, которые причиняет деревьям ураган или сильный ветер. Это сходство хорошо видно, например, при сравнении современного состояния тунгусского вывала (рис. 1) с повалом леса в районе г. Трубчевска Брянской области после прохождения шквала в 1963 г.[1]) (рис. 2). Еще большее сходство мы заметим при сравнении рис. 2 с рис. 1, 2 и 5 в [7].

Нагрузка торможения зависит в основном от максимального аэродинамического давления и продолжительности его действия (рис. 3), т. е. продолжительности фазы сжатия.

---

[1]) 29 июня 1963 года после 15-минутного шквала здесь образовались полосы поваленного леса шириной до 6 и длиной до 20 км [6]. Замеренная в этих местах скорость ветра достигла 30 м/сек, однако, по предположениям она могла достигать 50 м/сек. Такая скорость не замерена из-за невозможности проведения наблюдений. Этот повал леса обследован автором летом 1964 года. При содействии общественности г. Трубчевска и особенно старшего инженера ЛПХ Н. Ф. Леонова удалось осмотреть большой район разрушения леса и заложить несколько пробных площадей по методике, применявшейся при обследовании тунгусского вывала. Получены следующие данные (обозначения те же, что и в [1], индекс внизу указывает номер пробы):

1) $n_1=248$, $\bar{A}_1=60°,5$, $s_1=12°,3$, площадь пробы 0,25 га;

2) $n_2=94$, $A_2=57°,0$, $s_2=19°,8$, площадь не нормирована, но значительно меньше 0,25 га, кривая распределения двумодальная, с модами $A_m=45°$ и 85°;

3) $n_3=59$, $\bar{A}_3=88°$, $s_3=29°$, площадь пробы еще меньше, кривая распределения имеет три моды $A_m=75°$, 85° и 120°.

Из типов повреждений преобладают сломы (50—80%) на высоте 1 м и выше. Лес здесь — сосновый I бонитета, почвы песчаные, иногда заболоченные, корневая система — глубокая — до 2—3 м. Как и в случае тунгусского вывала здесь рядом со сплошным повалом деревьев стоят нетронутые рощи. К сожалению, количественное

Рис. 1. Фотография современного состояния тунгусского вывала.

Рис. 2. Повал леса в районе г. Трубчевска после урагана 29 июня 1963 г. (фотография М. А. Сорочинского).

Пусть $p_e = p_e(p, T)$ — некоторое эффективное давление, эквивалентное в смысле разрушений леса аэродинамическому давлению p, действующему в течение фазы сжатия $T = t_1 - t_0$ в фиксированной точке. Пусть далее, в результате действия силы $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{p}_e \cdot S$, где S — характерная площадь кроны, на некоторое дерево, последнее повалилось в направлении α, вообще говоря, не совпадающем с направлением α_0 вектора $\boldsymbol{a}$ (рис. 4) что объясняется определенной несимметрией в строении кроны, корневой системы и возможными почвенными неоднородностями. Действие этих неоднородностей мы объединим в одном векторе $\boldsymbol{\tau}(\xi, \eta)$, который можно трактовать как

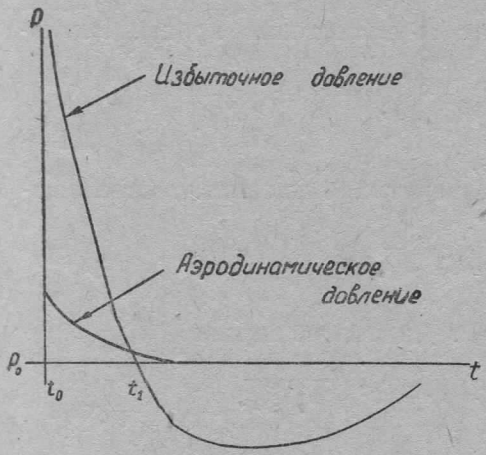

Рис. 3. p_0 — атмосферное давление, t_0 — момент прихода фронта ударной волны.

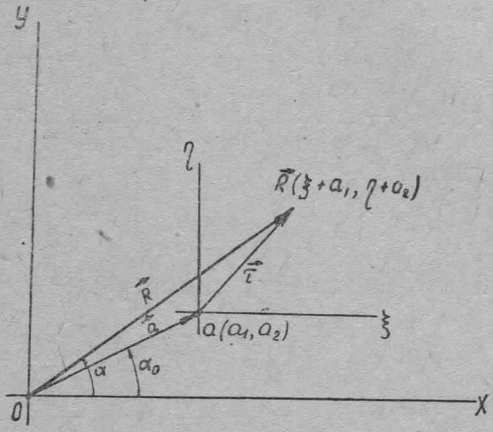

Рис. 4.

суммарный вектор помех, наложившихся на вектор $\boldsymbol{a}(a_1, a_2)$. Он является случайным вектором, зависящим от выбора дерева. Вектор $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{\tau}$ мы можем трактовать как результирующий вектор давления, под действием которого повалилось дерево. Имея в виду, что на одной пробной площади производится около сотни измерений, и пользуясь данными специальных экспериментальных работ К. А. Любарского [3], показавших независимость разрушающего усилия от направления повала и других условий, можно считать, что координаты (ξ, η) случайного вектора $\boldsymbol{\tau}$ суть независимые случайные величины, распределенные нормально с нулевым вектором средних и дисперсией $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_0^2$.

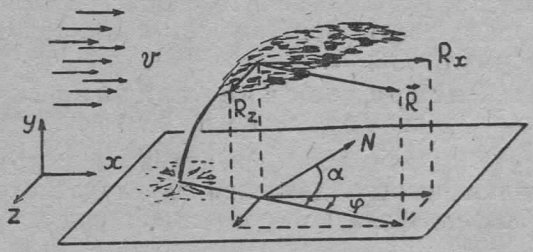

Рис. 5. Действие ударной волны на отдельное дерево. v — скорость движения воздуха за фронтом ударной волны.

Для дальнейшего анализа действия ударной волны на отдельное дерево обратимся к рис. 5, на котором результирующая сила $\boldsymbol{R}$ разложена на составляющие R_x и R_z. Направления осей координат выбраны, как это принято в аэродинамике, и указаны на

сравнение с тунгусским вывалом затруднено в связи с различиями как в природных условиях, так и в длительности действия сильного ветра.

рис. 5 слева. Вектор $\boldsymbol{a}$ теперь параллелен направлению движения воздуха за фронтом ударной волны. В плоскости xz (рис. 5)

$$\xi = R_x - a, \quad \eta = R_z, \quad \varphi = \alpha - \alpha_0 .$$

Здесь

$$R_x = \frac{1}{2} C_x \rho v^2 S_x \delta_x ,$$

где ρ — плотность воздуха на большом расстоянии от фронта ударной волны, v — скорость воздуха за фронтом, S_x — характерная площадь кроны (миделя), δ_x — безразмерный фактор, учитывающий густоту насаждения (на необходимость его введения указал И. Т. Зоткин [3]), C_x — коэффициент сопротивления кроны. Аналогично

$$R_z = \frac{1}{2} C_z \rho v^2 S_z \delta_z ,$$

где C_z — коэффициент боковой силы.

Если чертой над величиной обозначить ее математическое ожидание, то

$$\overline{R}_x = \frac{1}{2} \rho v^2 \overline{\delta_x C_x \cdot S_x} ,$$

а из соображений симметрии — $\overline{R}_z = 0$. Далее, дисперсия

$$\sigma_0^2 = D(R_x) = D(R_z) = \left(\frac{1}{2} \rho v^2\right)^2 \overline{C_z^2 S_z^2 \delta_z} ,$$

откуда

$$\frac{\overline{R}_x}{\sqrt{D(R_z)}} = \frac{\overline{a}}{\sigma_0} = \frac{\overline{C_x S_x \delta_x}}{\sqrt{\overline{C_z^2 S_z^2 \delta_z}}} = \Lambda, \tag{1}$$

где Λ — безразмерная величина, физический смысл которой поясняется формулой (1) и $a = |\boldsymbol{a}|$. В задаче с Тунгусским метеоритом нас интересует определение величины $\overline{a}$. Соотношение (1) показывает, что $\overline{a} = \Lambda \sigma_0$. В дальнейшем мы покажем, что величина Λ может быть получена для пробной площади на основании только имеющегося материала по распределению направлений повала деревьев. Параметр σ_0 можно считать в среднем постоянным для лесных массивов рассматриваемого района и подлежащим экспериментальному определению. При большом a мы получим удобную асимптотическую формулу для Λ.

Распределение направлений повала деревьев и его асимптотическое представление

В зависимости от величины и направления вектора $\boldsymbol{a}(a_1, a_2)$ аэродинамического давления и случайного вектора $\boldsymbol{\tau}(\xi, \eta)$, [2] плотность распределения которого имеет вид

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_0^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_0^2}} ,$$

направление повала дерева примет значение

$$\alpha = \arcsin \frac{\eta + a_2}{\sqrt{(\xi + a_1)^2 + (\eta + a_2)^2}} ,$$

---

[2]) Здесь и в дальнейшем для простоты положено $S = 1$, в связи с чем векторы $\vec{a}$ и $\vec{\tau}$ можно рассматривать как векторы давления.

также являющееся случайной величиной. Для простоты мы будем в дальнейшем полагать, что $a_2 = 0$ и, соответственно, $a_1 = a$. Плотность распределения величины α можно найти следующим образом. Ее характеристическая функция определяется как

$$f(t) = Me^{it\alpha} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{it\varphi} p(\varphi)\, d\varphi = \int_{-\pi}^{\pi} e^{it\varphi} p(\varphi)\, d\varphi, \tag{2}$$

где $p(\varphi)$ — плотность распределения α, равная нулю при $\varphi < -\pi$ и $\varphi > \pi$. С другой стороны,

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[it \arcsin \frac{y}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}}\right] \cdot \frac{1}{2\pi\sigma_0^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_0^2}}\, dxdy,$$

или, полагая

$$x + a = \rho\cos\varphi, \quad y = \rho\sin\varphi,$$

получим

$$f(t) = \frac{1}{2\pi\sigma_0^2} e^{-\frac{a^2}{2\sigma_0^2}} \int_{-\pi}^{\pi} e^{it\varphi}\, d\varphi \int_0^{\infty} \rho e^{-\frac{\rho^2 - 2a\rho\cos\varphi}{2\sigma_0^2}}\, d\rho. \tag{3}$$

Приравняв правые части соотношений (2) и (3), получим при произвольном t интегральное уравнение

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{it\varphi} p(\varphi)\, d\varphi = \frac{1}{2\pi\sigma_0^2} e^{-\frac{a^2}{2\sigma_0^2}} \int_{-\pi}^{\pi} e^{it\varphi}\, d\varphi \int_0^{\infty} \rho e^{-\frac{\rho^2 - 2a\rho\cos\varphi}{2\sigma_0^2}}\, d\rho \tag{4}$$

для нахождения неизвестной функции плотности распределения $p(\varphi)$. Если ввести новую неизвестную функцию $u(\varphi)$ соотношением

$$u(\varphi) = \begin{cases} p(\varphi) - \dfrac{1}{2\pi\sigma_0^2} e^{-\frac{a^2}{2\sigma_0^2}} \displaystyle\int_0^{\infty} \rho e^{-\frac{\rho^2 - 2a\rho\cos\varphi}{2\sigma_0^2}}\, d\rho \\ \qquad\qquad \text{при } -\pi \leqslant \varphi \leqslant \pi, \\ 0, \text{ при } |\varphi| > \pi, \end{cases} \tag{А}$$

то относительно неё интегральное уравнение (4) примет вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{it\varphi} u(\varphi)\, d\varphi = 0. \tag{Б}$$

Его решение найдем следующим образом. Рассмотрим функцию

$$v(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{it\varphi} u(\varphi)\, d\varphi$$

как преобразование Фурье функции $u(\varphi)$. Тогда обратное преобразование Фурье примет вид

$$u(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{it\varphi} v(t)\, dt. \tag{В}$$

Так как согласно (Б) $v(t) \equiv 0$, то из (В) следует, что и $u(\varphi) \equiv 0$. Поэтому

$$p(\varphi) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi\sigma_0^2} e^{-\frac{a^2}{2\sigma_0^2}} \displaystyle\int_0^\infty \rho e^{-\frac{\rho^2 - 2a\rho\cos\varphi}{2\sigma_0^2}} d\rho \\ \qquad\qquad \text{при } -\pi \leqslant \varphi \leqslant \pi, \\ 0, \text{ при } |\varphi| > \pi. \end{cases} \tag{Г}$$

Для вычисления интеграла в (Г) воспользуемся выражением (3.322.2) из [8], имеющим вид

$$\int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{4\beta} - \gamma x} dx = \sqrt{\pi\beta}\, e^{\beta\gamma^2} [1 - \Phi(\gamma\sqrt{\beta})], \tag{Д}$$

где

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

есть интеграл вероятности и $\operatorname{Re}\beta > 0$.

Дифференцируя обе части соотношения (Д) по параметру, находим, что при $\operatorname{Re}\beta > 0$

$$\int_0^\infty x e^{-\frac{x^2}{4\beta} - \gamma x} dx = 2\beta - 2\beta\gamma\sqrt{\pi\beta}\, e^{\beta\gamma^2} [1 - \Phi(\gamma\sqrt{\beta})]. \tag{Е}$$

Полагая в (Е)

$$\beta = \frac{\sigma_0^2}{2}, \quad \gamma = -\frac{a}{\sigma_0^2}\cos\varphi,$$

получим

$$\int_0^\infty \rho e^{-\frac{\rho^2 - 2a\rho\cos\varphi}{2\sigma_0^2}} d\rho = \sigma_0^2 + \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, a\sigma_0 \cos\varphi\, e^{\frac{a^2}{2\sigma_0^2}\cos^2\varphi} \left[1 + \Phi\left(\frac{a\cos\varphi}{\sqrt{2}\,\sigma_0}\right)\right].$$

Поэтому при $-\pi \leqslant \varphi \leqslant \pi$

$$p(\varphi) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{a^2}{2\sigma_0^2}} \left\{1 + \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, \frac{a}{\sigma_0} \cos\varphi\, e^{\frac{a^2}{2\sigma_0^2}\cos^2\varphi} \left[1 + \Phi\left(\frac{a\cos\varphi}{\sqrt{2}\,\sigma_0}\right)\right]\right\}$$

или

$$p(\varphi) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}\Lambda^2} \left\{1 + \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, \Lambda\cos\varphi\, e^{\frac{1}{2}\Lambda^2\cos^2\varphi} \left[1 + \Phi\left(\frac{\Lambda\cos\varphi}{\sqrt{2}}\right)\right]\right\}, \tag{5}$$

где, напомним, $\Lambda = \dfrac{a}{\sigma_0}$ и

$$p(\varphi) = 0 \text{ для } |\varphi| > \pi.\ ^{3)} \tag{5'}$$

---

[3]) Полученное распределение (5—5′) имеет рассматриваемая в статистической теории связи фаза узкополосных сигналов при наложении на них нормального шума [9]. Там же можно найти графики $p(\varphi)$ для различных Λ.

В общем случае для оценки параметра Λ можно применить метод максимального правдоподобия и находить Λ из соотношения

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \Lambda} = 0, \tag{6}$$

где

$$L = L(A_1, A_2, \ldots, A_n, \Lambda) = \prod_{\kappa=1}^{n} p(A_\kappa)$$

есть функция правдоподобия выборки $A_1, A_2, \ldots, A_n$ направлений повала деревьев на рассматриваемой пробной площади. Уравнение (6) достаточно громоздко в вычислительном отношении и поэтому важно дать для него или для (5) достаточно простое асимптотическое соотношение. Естественно ожидать, что при большом Λ распределение $p(\varphi)$ приближенно нормально. Оказывается, имеет место

Теорема 1. Если при $\Lambda \to \infty$

$$\Lambda \varphi^2 \to 0, \tag{7}$$

то

$$\lim_{\Lambda \to \infty} \frac{p(\varphi)}{q(\varphi)} = 1, \tag{8}$$

где $p(\varphi)$ имеет вид (5—5′) и

$$q(\varphi) = \frac{\Lambda}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\Lambda^2\varphi^2}. \tag{9}$$

Действительно,

$$\lim_{\Lambda \to \infty} \frac{p(\varphi)}{q(\varphi)} = \lim_{\Lambda \to \infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\Lambda} e^{-\frac{\Lambda}{2}(1-\varphi^2)} +$$

$$+ \frac{1}{2} \lim_{\Lambda \to \infty} \cos\varphi \exp\left[-\frac{\Lambda^2}{2}(\sin^2\varphi - \varphi^2)\right]\left[1 + \Phi\left(\frac{\Lambda\cos\varphi}{\sqrt{2}}\right)\right].$$

Так как при $|\varphi| \leqslant 1$ первый предел справа равен нулю и

$$\lim_{\Lambda \to \infty} \Phi\left(\frac{\Lambda}{\sqrt{2}}\cos\varphi\right) = 1,$$

то искомый предел равен

$$\lim_{\Lambda \to \infty} \cos\varphi \exp\left[-\frac{1}{2}\Lambda^2(\sin^2\varphi - \varphi^2)\right]. \tag{10}$$

Используя разложение $\sin\varphi$ в степенной ряд, находим

$$\sin^2\varphi - \varphi^2 = O(\varphi^4)$$

и, следовательно,

$$-\frac{1}{2}\Lambda^2(\sin^2\varphi - \varphi^2) = -\frac{1}{2}\Lambda^2 O(\varphi^4) \to 0 \tag{11}$$

при $\Lambda \to \infty$ и $\Lambda\varphi^2 \to 0$. Из (10) и (11) получаем (8).

Условие (7) доказанной теоремы создает впечатление, что при большом Λ распределение $p(\varphi)$ можно заменять нормальным лишь локально. Однако легко показать, что $p(\varphi)$ можно приближать функцией $q(\varphi)$ всюду. Именно, имеет место

Теорема 2. $\lim\limits_{\Lambda \to \infty} [p(\varphi) - q(\varphi)] = 0.$

Доказательство. Пусть $\varepsilon > 0$ произвольно. Согласно теореме 1 для любого $\delta > 0$ существует такое $\Lambda_0 > 0$, что при $\Lambda > \Lambda_0$ и $|\varphi| < \varphi_0 = \sqrt{\frac{\delta}{\Lambda_0}}$ (то есть $\Lambda\varphi^2 < \delta$)

$$|p(\varphi) - q(\varphi)| < \varepsilon. \tag{12}$$

Далее, пусть Λ_0 столь велико, что $p(\pm\varphi_0) < \varepsilon$ и $q(\pm\varphi_0) < \varepsilon$. Тогда (12) выполнено и для $|\varphi| \geqslant \varphi_0$. Теорема доказана.

Дисперсия σ^2 предельного нормального распределения (9) величины α имеет вид

$$\sigma^2 = \frac{1}{\Lambda^2} = \frac{\sigma_0^2}{a^2}. \tag{13}$$

Ее несмещенной оценкой (соотношение (6) в этом случае дает лишь асимптотически несмещенную оценку) является

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(A_i - \overline{A})^2, \tag{13'}$$

где n — количество деревьев, поваленных на рассматриваемой пробной площади по азимутам A_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, и $\overline{A} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} A_i$. Поэтому

$$a \approx \frac{\sigma_0}{s}, \tag{14}$$

то есть аэродинамическое давление обратно пропорционально стандартному отклонению направлений повала деревьев от среднего.

Дальше возникает вопрос: в каких пределах мы вправе пользоваться нормальным распределением (9) и тем самым утверждать, что имеет место соотношение (14)?

Пусть $\sigma = \frac{1}{\Lambda}$ и

$$\delta(\varphi) = \delta(k\sigma) = \frac{1}{\Lambda}p(k\sigma) - \frac{1}{\Lambda}q(k\sigma) = \frac{1}{\Lambda}p(k\sigma) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{k^2}{2}}.$$

В табл. 1 приведены $\delta(k\sigma)$, рассчитанные при двух значениях σ: $\sigma_1 = 16°\,(0{,}279252)$ и $\sigma_2 = 22°30'\left(\frac{\pi}{8}\right)$, что соответствует двум значениям Λ: $\Lambda_1 = 3{,}58085$ и $\Lambda_2 = 2{,}54348$. Промежуточные вычисления проведены с семью значащими цифрами. Из табл. 1 видно, что при $\sigma \leqslant 16°$ суммарная ошибка не превышает 2,5% и утверждение (14)

Таблица 1

σ \ k	0	1	2	3	4	$\sum_{k=-4}^{4}\lvert\delta(k\sigma)\rvert$
16° (0,279...)	0,0000	−0,0064	0,0019	0,0033	0,0009	0,0250
$22°30'\left(\frac{\pi}{8}\right)$	−0,0006	0,0337	0,0022	0,0060	0,0023	0,0890

вполне правомерно. Но при значении σ около 22°30′ суммарная погрешность может достигать 8—9%. Таким образом, область применимости нормального распределения и соотношения (14) достаточно широка и охватывает все наиболее достоверные статистические данные по вывалу леса, за исключением данных, относящихся к центральной части и далекой периферии.

Интерполяция и сглаживание

При анализе двумерных полей статистических параметров разрушений возникает следующая задача. В некоторой области D задана нерегулярная сеть точек (x_i, y_i), $i=1,2,\ldots,N$, в каждой из которых эмпирически (то есть с некоторой ошибкой) определено значение $f_0=f_0(x_i, y_i)$ некоторой величины $f=f(x, y)$. Требуется найти функцию $\hat{f}(x, y)$, которая в некотором смысле наилучшим образом приблизит неизвестную нам функцию $f(x, y)$, уменьшив при этом роль больших ошибок и отфильтровав высокочастотные и, следовательно, слабокоррелированные друг с другом возмущения. Для решения такого рода задач при предположении изотропности и однородности полей Л. С. Гандин [10] разработал метод оптимальной интерполяции, математическая сторона которого восходит к работам А. Н. Колмогорова и Н. Винера. Согласно [10] значение функции в некоторой точке определяется как линейная комбинация ее значений в других точках с коэффициентами (весами), для определения которых требуется вычисление корреляционных функций. Недостатком этого метода является большая трудоемкость в вычислительном отношении.

Нами применен следующий метод интерполяции со сглаживанием, который очень прост в осуществлении и в то же время дает точность, достаточную для определения некоторых принципиальных свойств параметров разрушений. Область значений $[a, b]$ параметра f разбивается на n частей точками $z_0=a, z_1, z_2, \ldots, z_n=b$ и рассматривается n цветов, перенумерованных, скажем, в порядке спектра. Достаточно малая окрестность точки (x_i, y_i) красится в n-й цвет, если измеренное значение $f_0(x_i, y_i)$ окажется заключенным в отрезке (z_{k-1}, z_k). После окрашивания малых окрестностей всех точек окрашиваемые области постепенно расширяются до соединения с одинаковыми или смежными цветами, то есть до соприкосновения k-го цвета с $(k-1)$-ым, k-ым или $(k+1)$-ым. Если по отрезку, соединяющему две точки (x_i, y_i) и (x_j, y_j), встречаются k-й и m-й цвета с $|k-m|>1$, то между ними должны пройти цвета с промежуточными номерами в порядке их убывания или возрастания. При закрашивании в различные цвета отрезок делится на равные части по количеству цветов, что соответствует линейной интерполяции[1]). При такой комбинированной графической интерполяции со сглаживанием сразу получаются изолинии параметра $f=z_k$, $k=1, 2, \ldots, n$, в виде границ между цветами. Для точки (x, y) внутри треугольника (x_r, y_r), (x_s, y_s), (x_t, y_t) значение $\hat{f}(x, y)$ определяется уравнением

$$\begin{vmatrix} x-x_r & y-y_r & \hat{f}(x, y)-f_0(x_r, y_r) \\ x_s-x_r & y_s-y_r & f_0(x_s, y_s)-f_0(x_r, y_r) \\ x_t-x_r & y_t-y_r & f_0(x_t, y_t)-f_0(x_r, y_r) \end{vmatrix}=0.$$

Приводимые ниже картины сглаженных параметров получены именно таким образом. Основным недостатком рассматриваемого метода яв-

[1]) Этому и последующему предписанию можно следовать лишь в точках, где предполагается непрерывность рассматриваемого параметра.

ляется неполное отфильтровывание высокочастотных возмущений. Кроме того, при практическом проведении сглаживания раскрашиванием обычно остается некоторый произвол, а потому имеется и незначительный субъективизм.

Поле направлений повала деревьев и его интегрирование

Поле средних направлений повала деревьев в точках расположения пробных площадей по экспедиционным данным к концу 1961 г. неоднократно опубликовалось (см., например, [3]). На основе имеющегося в настоящее время материала [1] можно существенно пополнить это поле и с большой точностью находить расчетные сглаженные (скользящим усреднением) значения направления и их стандартные отклонения для произвольной точки (x, y).

Если, например, объединить данные пробных площадей, попадающих в квадрат размерами 4×4 км^2 с центром в выбранной точке (x, y), то на основании имеющихся здесь нескольких сот измерений удается практически получить расчетные (проинтерполированные) направления и их стандартные отклонения от расчетных с погрешностями в 0°,1—0°,8. То есть данных в [1] вполне достаточно для проведения довольно точных расчетов. Однако, ввиду их трудоемкости для получения общей картины направлений повала применен изложенный выше метод графической линейной интерполяции. Полученные таким образом линии равных средних направлений повала деревьев — изоклины — изображены на рис. 6. Изоклины проведены здесь для направлений поля 0°, 15°, 30°, ..., 345°. Уже при первом взгляде на эту картину замечается некоторая симметрия около оси, проходящей через особую точку (x_0, y_0), по направлению ВЮВ, в искривлении изоклин. Для более точного определения оси симметрии[1]) найдем средние кривизны изоклин

$$\bar{k} = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{l},$$

где α_1 и α_2 — направления касательных, соответственно, в начале и конце изоклины, а l — длина изоклины. График зависимости средней кривизны $\bar{k}$ изоклины от среднего направления изображен на рис. 7. Если считать, что средняя погрешность в определении $\alpha_1 - \alpha_2$ равна 4°, а в определении $\bar{k}$ — 1 км, то средняя абсолютная погрешность $\varepsilon_{\bar{k}}$ в определении $\bar{k}$, оказывается равной

$$\varepsilon_{\bar{k}} = \frac{|\bar{l}\varepsilon_{(\alpha_2-\alpha_1)}| + |\overline{(\alpha_2 - \alpha_1)\varepsilon_l}|}{\bar{l}^2} = 0{,}15 \ \frac{\text{град}}{\text{км}},$$

где ε_t означает среднюю абсолютную погрешность величины t, а черта над величиной означает ее среднее значение. Средняя кривизна изоклины несколько раз меняет знак, однако, наибольшие колебания она осуществляет около направлений 115°±2° и 335°±2°. При этом среднее средних кривизн изоклин существенно положительно:

$$K = \frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24} \bar{k}_i = (0{,}12 \pm 0{,}03)\ \frac{\text{град}}{\text{км}}, \qquad (15)$$

где погрешность определена как $\varepsilon_K = \frac{\varepsilon_{\bar{k}}}{\sqrt{24}}$.

---

[1]) Здесь, безусловно, речь идет лишь о приближенно-осевой симметрии, причем в рассматриваемом случае следовало бы более строго говорить о «луче симметрии»,

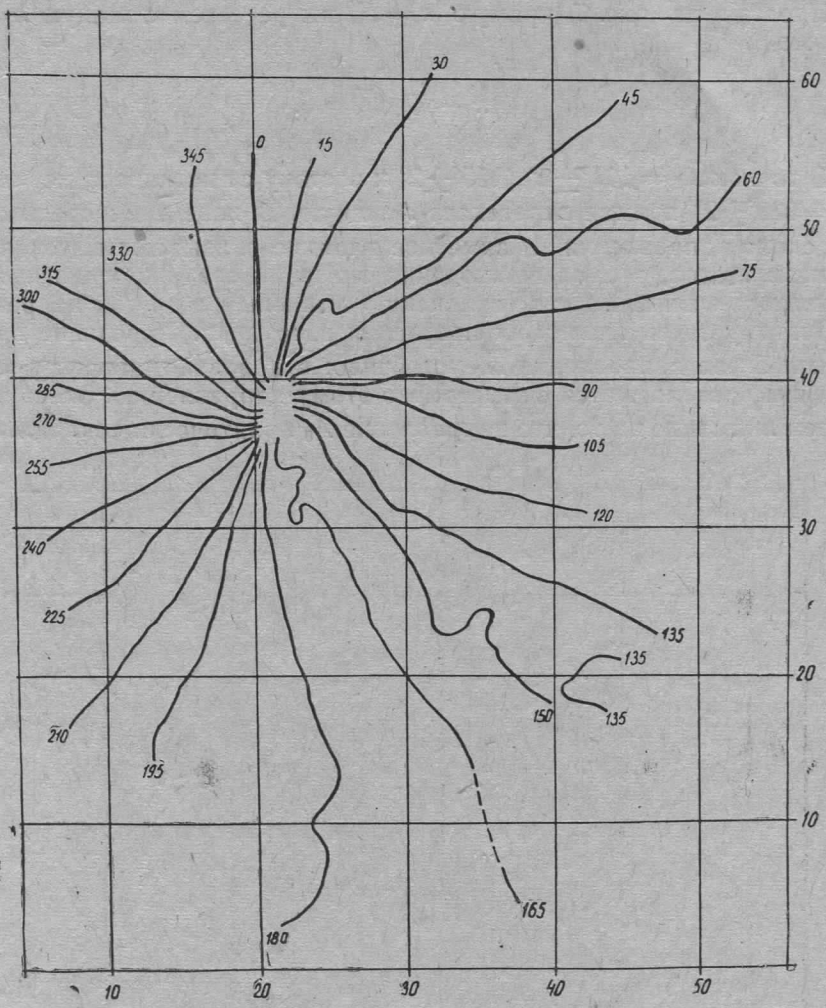

Рис. 6. Изоклины.

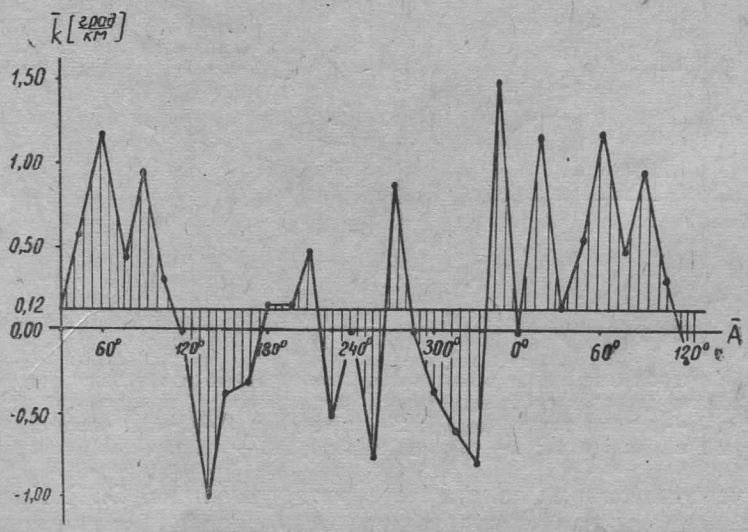

Рис. 7. Зависимость средней кривизны изоклины от среднего направления повала деревьев.

Проведя на рис. 7 прямую $\bar{k}=K$, мы рассечем ломаную $\bar{k}=\bar{k}(\bar{A})$ так, что

$$\int_0^{2\pi} (\bar{k}-K)\, d\bar{A} = 0.$$

В точках $\bar{A}_0 = 111° \pm 2°$ ($115° \pm 2°$ к востоку от истинного меридиана) и $\bar{A}_1 = 338° \pm 2°$ прямая пересекает ломаную. В поведении средних кривизн около направления A_1 заметное влияние оказывают высокочастотные возмущения, а сами наблюдения значений средних кривизн имеют значительно меньший вес по сравнению с таковым в других направлениях. Поэтому здесь анализ их поведения затруднен. Поведение средних кривизн около направления $\bar{A}_0$ устойчиво: в довольно широком секторе изоклины располагаются симметрично этому направлению. Здесь мы обращаем внимание на то, что направление $\bar{A}_0$ практически совпадает с на-

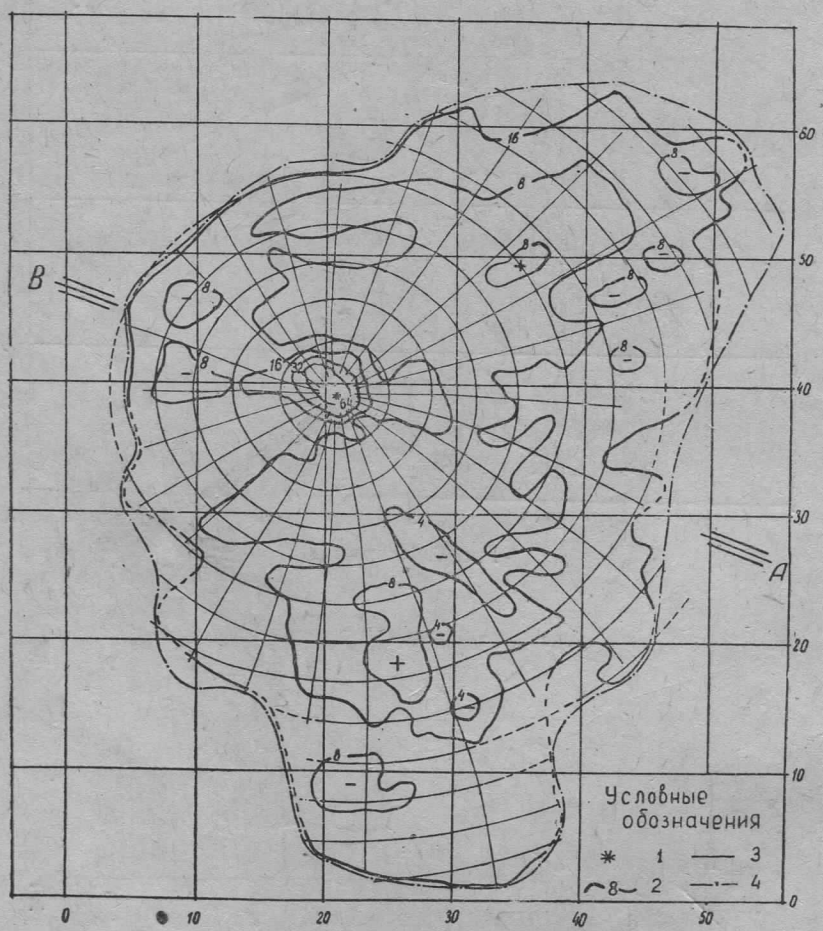

Рис. 8. Интегральные линии и замкнутые изогональные траектории поля направлений повала деревьев со стандартными отклонениями направлений повала от среднего. 1 — особая точка (x_0, y_0); 2 — изолинии; 3 — линии фронта ударной волны и линии «тока»; 4 — граница вывала; AB — линия осевой симметрии.

правлением траектории полета метеорита, указанной В. Г. Коненкиным по собранным им новым показаниям очевидцев [11] и подтвержденной

детальным анализом И. Т. Зоткина [12]. На некоторую симметрию в поле средних направлений повала деревьев первым обратил внимание А. В. Золотов [13].

С помощью поля средних направлений и изоклин (рис. 6.), позволивших сгустить это поле, построены графически интегральные кривые дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\hat{A}(x, y), \tag{16}$$

где $\hat{A}(x, y)$ — сглаженно-проинтерполированная вышеизложенным методом эмпирическая функция $A(x_i, y_i)$. Они изображены на рис. 8 в виде радиально расходящихся слегка искривленных линий. Физически их можно интерпретировать как линии «тока» или, вернее, траектории движения точки фронта ударной волны. Симметрия около направления $\bar{A}_0 = 111°$, о которой шла речь выше, очевидно имеет место и для линий тока: их средняя кривизна также меняет здесь знак. На основании этого факта Д. Ф. Анфиногенов [14] рассчитывает наклон траектории движения метеорита к горизонту, полагая, что отклонение действия ударной волны от радиального вызвано только наклоном и формой эквивалентного заряда.

Рассмотрим теперь несколько детальнее поле

$$\alpha(x, y) = \bar{A}(x, y) - \arcsin\frac{y - y_0}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}}$$

отклонений средних направлений $\bar{A}(x, y)$ повала деревьев от радиальных направлений $\arcsin\frac{y - y_0}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}}$, где (x_0, y_0)—координаты особой точки уравнения (16), охарактеризованной ниже. Пусть $\hat{\alpha}(x, y)$ — функция, полученная сглаживанием поля $\alpha(x_i, y_i)$ описанным выше методом. Приближенно можно считать

$$\hat{\alpha}(x, y) = \hat{A}(x, y) - \arcsin\frac{y - y_0}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}}.$$

Из рис. 9, где изображены изолинии функции $\hat{\alpha}(x, y)$, видно, что в области вывала в целом преобладают направления повала отклоненные вправо от радиального по ходу ударной волны. С помощью рис. 9 легко подсчитать циркуляцию $C_l(\boldsymbol{A}°)$ поля единичных векторов $\boldsymbol{A}°(x, y)$, имеющих направление $\hat{A}(x, y)$ вдоль любого замкнутого контура (l) по формуле

$$C_l(\boldsymbol{A}°) = \oint_{(l)} A_l^0(x, y)\, dl, \tag{17}$$

где $A_l^0(x, y)$ — проекция вектора $\boldsymbol{A}°(x, y)$ на направление кривой (l) в точке (x, y). Пусть (l) — окружность радиуса R с центром в точке (x_0, y_0). Тогда $A_l^0(x, y) = \sin\hat{\alpha}(x, y)$ и, следовательно,

$$C_l(\boldsymbol{A}°) = C_l(\boldsymbol{A}°, R) = \oint_{(l)} \sin\hat{\alpha}(x, y)\, dl. \tag{18}$$

Так как $\hat{\alpha}$ мало, то

$$C_l(\boldsymbol{A}°, R) = \oint_{(l)} \hat{\alpha}\, dl. \tag{18'}$$

Непосредственный подсчет показывает, что

$$\oint_{(l)} \hat{\alpha}\, dl > 0$$

для всех имеющих смысл R ($R \leqslant 16$ км). При этом среднее отклонение $\bar{\alpha}$ направлений повала от радиального направления (в градусах) для точек окружности (l) можно найти из

$$\bar{\alpha} = \frac{57^\circ,30}{2\pi R} C_l(A^\circ, R)$$

и для различных R приведено на рис. 10. Найденная по методу наи-

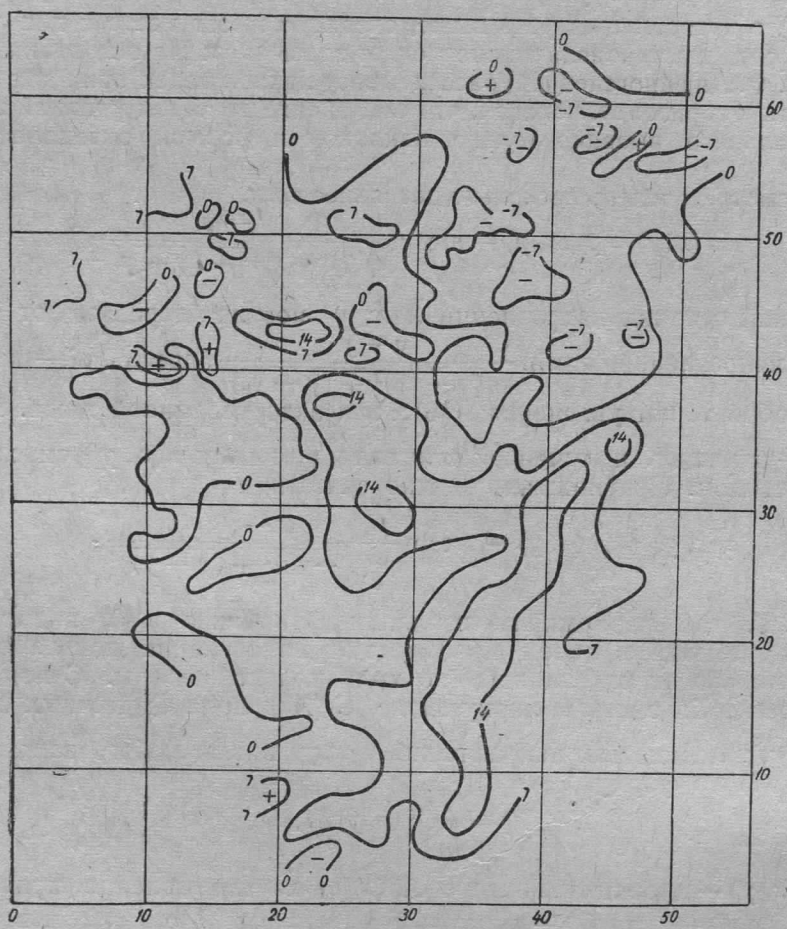

Рис. 9. Отклонения средних направлений повала деревьев от радиального.

меньших квадратов прямая, приближающая экстремальные значения, имеет вид

$$\alpha = a + bx = 4{,}56 - 0{,}158\, x,$$

где параметр $a = 4{,}56$ имеет размерность [град], параметр $b = -0{,}158 -$

размерность $\left[\frac{\text{град}}{\text{км}}\right]$ и x — размерность [км]. 90%-ные доверительные интервалы $I_a, I_b, I_{\bar{\alpha}}$ для a, b и $\bar{\alpha}$ имеют вид

$$I_a = [1°,0;\ 8°,1],\quad I_b = \left[-0{,}50\,\frac{\text{град}}{\text{км}};\quad 0{,}21\,\frac{\text{град}}{\text{км}}\right],$$

$$I_{\bar{\alpha}} = [2°,7;\ 3°,9].$$

Таким образом, для расстояний $R \leqslant 16$ км от точки (x_0, y_0) направление повала в среднем отклонено от радиального на 3°,3 вправо, имея тенденцию (недостоверную, так как интервал I_b заходит в положительную область) к убыванию. Среднее значение отклонений от радиального, рассчитанное для всей площади вывала, имеет значение 3°,2. Фактически влияние эффекта положительности циркуляции (18) было нами замечено уже выше при анализе средней кривизны изоклин (рис. 7) и учтено при выявлении осевой симметрии поля $A(x, y)$. Циркуляция

$$C_l(\bar{A},\ R,\ \sigma) = \sigma_0 \oint\limits_{(l)} \frac{\sin \hat{\alpha}(x, y)}{\hat{\sigma}(x, y)}\, dl \approx \sigma_0 \oint\limits_{(l)} \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\sigma}}\, dl$$

имеет смысл работы, произведенной ударной волной вдоль контура (l).

Определенный интерес представляет нахождение в плоскости земли линии фронта ударной волны в фиксированный момент времени. Из наличия ненулевой циркуляции вектора $\boldsymbol{A}°$ следует, что в общем направление фронта не ортогонально направлению действия ударной волны. Наиболее простым относительно угла между этими направлениями является предположение, что каждая линия фронта есть замкнутая изогональная траектория семейства решений уравнения (16). Для расстояний 4 — 16 км удалось получить замкнутые изогональные траектории для поля направлений $\hat{A}(x, y) + 86{,}4$, что соответствует среднему отклонению от радиального направления в 3,°6 (рис. 8). На более далеких расстояниях их не удается замкнуть, так как в северо-западном направлении вывал леса прекращается.

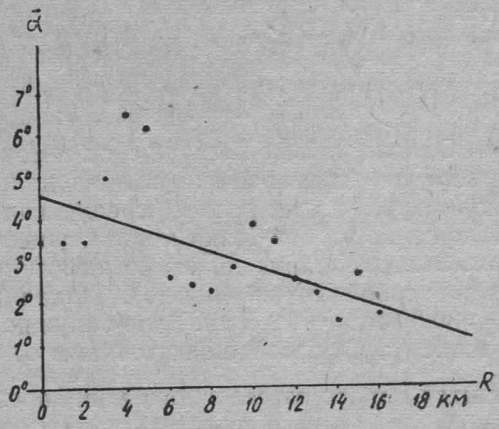

Рис. 10. Среднее отклонение α направлений повала от радиального для различных расстояний R от особой точки (x_0, y_0).

Особая точка поля направлений повала деревьев

Из рис. 8 видно, что в окрестности точки $x = 40{,}0$ км, $y = 20{,}0$ км уравнение (16) имеет особую точку. Здесь ударная волна впервые достигла земной поверхности. Далее точка фронта двигалась вдоль интегральных линий, а фронт в фиксированные моменты времени имел форму замкнутых кривых, для которых особая точка есть центр. Поле направле-

ний A (x_k, y_k) приобретает в окрестности особой точки полную неопределенность, а погрешность сглаженного поля $\hat{A}(x, y)$ резко возрастает.

Координаты особой точки (центр радиации поваленных деревьев, фигурировавший под названием «эпицентра») нами неоднократно определялись [2, 3] на различных стадиях сбора фактического материала. В работах [2, 3] «эпицентром» взрыва Тунгусского метеорита предложено условно называть точку (x', y'), для которой $x' = x + \Delta x$, $y' = y + \Delta y$

$$\sum_k p_k v_k^2 = \min, \tag{19}$$

где

$$v_k = -\frac{\sin \bar{A}_k}{r_k}\Delta x + \frac{\cos \bar{A}_k}{r_k}\Delta y - \sin(\alpha_\kappa - \bar{A}_\kappa), \ \kappa = 1,2,\ldots, N,$$

A_k — средний азимут повала деревьев на κ-й пробной площади, координаты которой (x_k, y_k),

$$\alpha_k = \operatorname{arctg}\frac{y_k - y}{x_k - x},$$

(x, y) — координаты предполагаемого „эпицентра“

$$p_k = \frac{n_k}{s_k^2},$$

n_κ — число учтенных стволов на κ-й пробной площади, s_κ — стандартное отклонение (13) их азимутов. При использовании данных по всей площади вывала [3] для точки (x', y'), удовлетворяющей условию (19), получены координаты

$$x' = 39{,}8 \pm 4{,}3 \ км, \ y' = 18{,}9 \pm 6{,}0 \ км, \tag{20}$$

соответствующие географическим координатам

$$\lambda = 101°51', 5; \qquad \varphi = 60°53', 5.$$

Однако при применявшейся методике расчета большую роль играли измерения, производившиеся на далеких расстояниях. Они особенно сильно увеличили размер среднеквадратического эллипса отклонений. Положение особой точки можно существенно уточнить следующим образом. Экстраполируя интегральные линии уравнения (16) внутрь окрестности особой точки (рис. 8), находим приближенно ее координаты $x = 39{,}5$ км, $y = 20{,}5$ км. Взяв окружность, радиуса R = 2,5 км с центром в точке (x, y), разобьем ее точками $\alpha_k = k \cdot 15°$, $k = 1,2, \ldots, 24$, где отсчет ведется вправо от северного направления. Направление $\hat{A}_k$ поля в точках (R, α_k) легко получить интерполяцией. Соответствующие данные (в градусах) приведены в таблице 2.

Таблица 2

α_k	15	30	45	60	75	90	105	120
$\hat{A}_k$	16,2	28,2	39,6	52,8	68,4	87,0	104,0	114,0
α_k	135	150	165	180	195	210	225	240
$\hat{A}_k$	136,2	165,0	171,2	194,0	210,0	224,0	232,0	241,0
α_k	255	270	285	300	315	330	345	360
$\hat{A}_k$	258,2	274,0	295,0	308,0	318,0	330,0	348,0	358,0

С помощью метода наименьших квадратов [2] найдем точку $x_0 = x + \Delta x$, $y_0 = y + \Delta y$, для которой выполнено условие (19), где $p_k = 1$ и

$$v_k = -\frac{\sin \hat{A}_k}{R}\Delta x + \frac{\cos \hat{A}_k}{R}\Delta y - \sin(\alpha_k - \hat{A}_k),\ k = 1,2,\ldots,\ 24.$$

Оказывается

$$x_0 = 39{,}2 \text{ км}, \quad y_0 = 20{,}7 \text{ км}. \tag{21}$$

При этом среднеквадратические погрешности координат x_0, y_0 оказываются, соответственно, равными $m_x = m_y = 0{,}2$ км.

Ее географические координаты

$$\lambda = 101°53'40'' \pm 13'', \quad \varphi = 60°53'09'' \pm 6''.$$

В рассматриваемой нами системе координат рассчитанный Г. М. Зенкиным [15] «эпицентр» излучения имеет координаты

$$x'' = 38{,}6 \pm 0{,}3 \text{ км}, \ y'' = 22{,}1 \pm 0{,}4 \text{ км}. \tag{22}$$

Интересно отметить, что все три особые точки (20), (21) и (22) практически находятся на одной прямой, совпадающей с прямой направления $\bar{A}_0 = 111°$, являющейся в указанном выше смысле осью симметрии направлений повала. Возможно, что этот факт также обусловлен расположением траектории движения метеорного тела.

Изостандарты и другие параметры разрушений леса

Как показано выше, важнейшим параметром, характеризующим аэродинамическое давление, является стандартное отклонение s, определяемое соотношением (13′). На рис. 8 изображены изостандартные линии (линии, для которых $\hat{s} = \text{const}$), полученные вышеизложенным методом. Согласно (14) при небольших $\hat{s}$ их можно рассматривать и как изодинамы, то есть линии равных напоров. Окрестность точки (x_0, y_0) определяемой равенствами (21), представляет собой зону телеграфного леса и хаотического повала, в которой, согласно [3], стандартное отклонение s может достигать значения $s_0 = 103{,}°9$. Напомним, что в этом случае неправомерно использование (14) и разумные оценки для аэродинамического напора получаются из (1) и (6). Согласно [3, 4] сложилось впечатление, что изостандарты образуют замкнутые линии, для которых точка (21) является центром. Однако оно подтвердилось лишь в окрестности точки (21) до радиусов в несколько километров, пока s не достигает значения в 16°, то есть пока аэродинамический напор не превышает σ_0 (среднеквадратическое отклонение компоненты вектора помех $\vec{\tau}$). На более далеких расстояниях проходят изостандартные линии $\hat{s} = 8°$ и $\hat{s} = 4°$, не объемлющие точку (21). Более того, в дальнейшем изостандарты уже не обнаруживают какой-либо центральной симметрии, а тоже располагаются симметрично около оси АВ (рис. 8), выявленной при анализе поля направлений, образуя в северо-восточном и юго-восточном направлениях два далеких выступа. В этих направлениях ударная волна произвела разрушения на особенно далекие расстояния, а зона максимальных разрушений достигает по радиусам длины в 23—24 км.

Общая площадь области вывала леса занимает 2150±50 кв. км. Граница вывала леса обычно достаточно точно определяется на местно-

сти наземными маршрутами и прослежена практически почти во всех направлениях (рис. 8).

Определенный интерес представляет плотность распределения старых живых деревьев, переживших катастрофу 1908 года (рис. 11). Особенно обращает внимание на себя несимметрия распределения в различных направлениях. Так в направлении ЗСЗ от точки (21) первая изолиния встречается на расстоянии в 3—5 раза более близком, чем в направлениях наиболее интенсивных разрушений. На местности это выражается

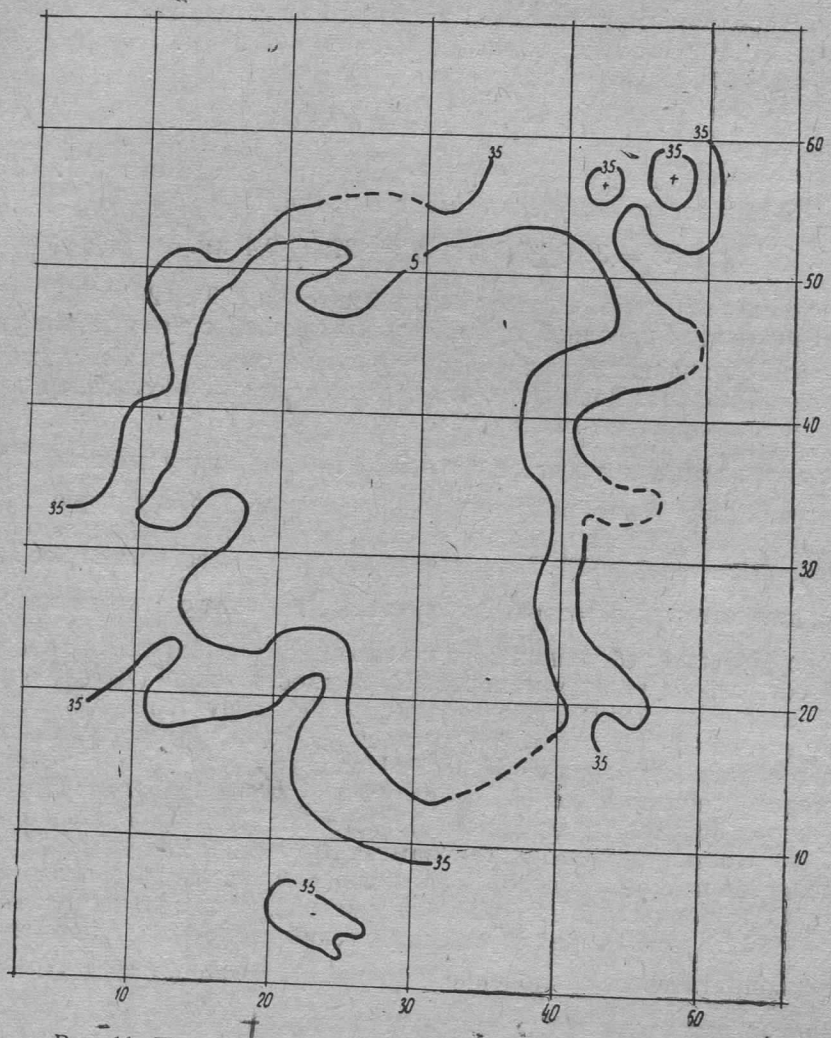

Рис. 11. Плотность распределения старых деревьев, переживших катастрофу 1908 года (выражена в количестве живых деревьев на 0,25 га).

в том, что уже в нескольких километрах к западу от точки (21) с вершин холмов легко прослеживаются большие рощи старых деревьев. Ничего подобного нет в секторе СВ—В—ЮЮВ.

Рис. 12 изображает плотность распределения стоящих мертвых деревьев и подтверждает известное положение о том, что в центральной части много стоячего мертвого леса, в то время, как на периферии почти

весь лес повален с регулярной ориентировкой. Увеличение количества столбов в некоторых периферийных районах (например, ЮЗ) скорее всего связано со старыми гарями. Обращает внимание симметричность картины около направления A_0.

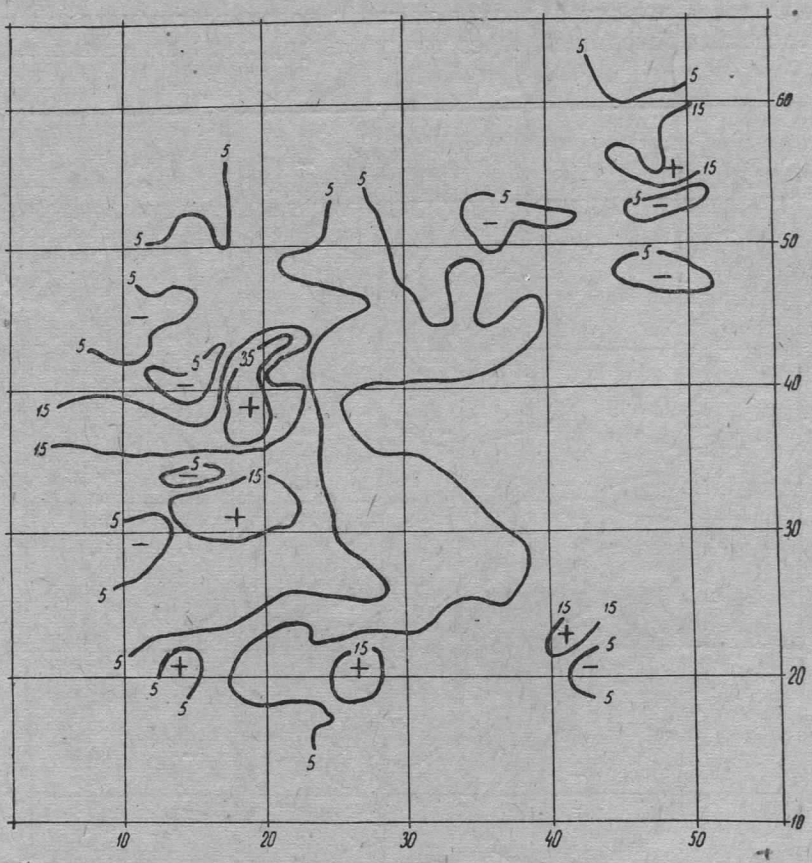

Рис. 12. Плотность распределения стоящих мертвых деревьев (выражена в количестве на 0,25 га).

Рис. 13 изображает распределение процента сломанных деревьев относительно всех поваленных. Большое количество сломов характерно для центральных районов и для районов с хорошо прогреваемыми почвами, где деревья имеют особенно глубокие корни.

Краткие выводы

1. В целом разрушениям подвергнута область леса площадью в 2150±50 кв. км.

2. Имеющихся данных о вывале в целом достаточно для восстановления общей картины разрушений.

3. Локально аэродинамическое давление, вызванное движением воздушных масс за фронтом ударной волны, выражается через распределение направлений повала деревьев. При этом имеет место асимптотическое соотношение, согласно которому для наиболее часто встречающихся стандартных отклонений s ($s \leqslant 16°$) направлений повала деревьев от среднего аэродинамическое давление обратно пропорционально s. Коэф-

фициент пропорциональности $\sigma_0 = \text{const}$ для рассматриваемой местности и подлежит экспериментальному определению.

4. С точностью, близкой к оптимальной, определена особая точка (x_0, y_0) поля направлений повала. В ней ударная волна впервые достигла земной поверхности.

5. Область вывала образует картину довольно симметричную относительно оси, проходящей через точку (x_0, y_0) под магнитным азимутом

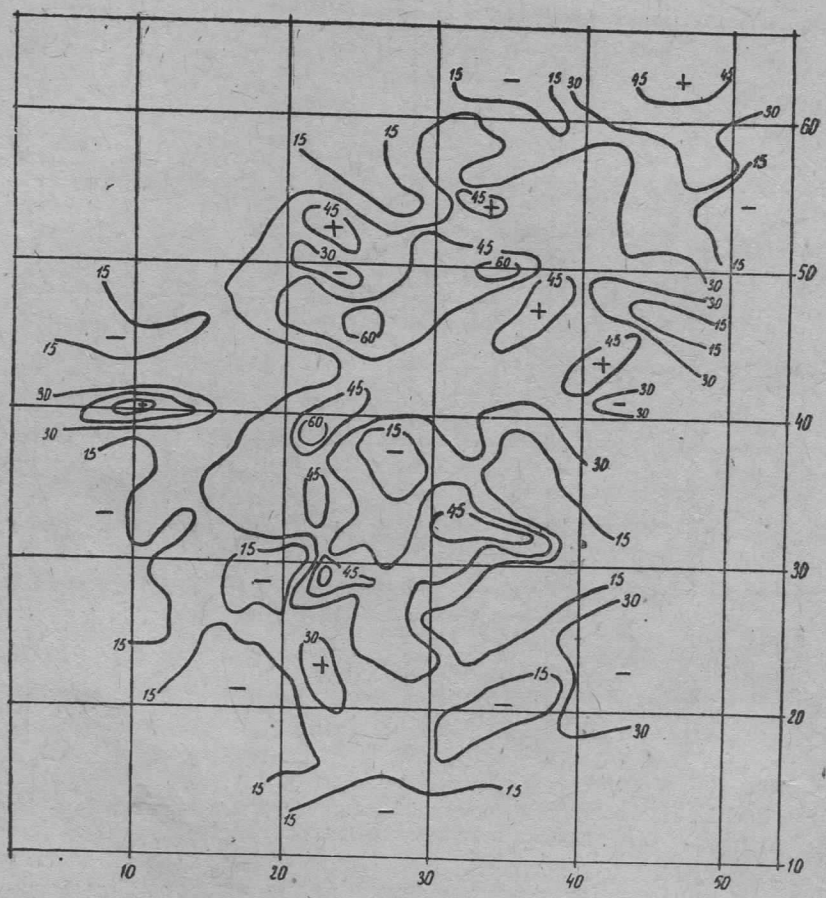

Рис. 13. Распределение процента деревьев, сломанных у корня.

$111° \pm 2°$ (115° к востоку от истинного меридиана). Наиболее четко эта симметрия прослеживается по полю направлений (кривизне изоклин), но ее подтверждают и изостандарты, а несколько более грубо и другие параметры.

6. Представляется наиболее вероятным связать (а может быть и отождествить) выявленную ось симметрии с проекцией траектории метеорного тела на земную поверхность.

7. Поле направлений повала деревьев имеет существенно отличную от нуля циркуляцию при обходе особой точки (x_0, y_0) по замкнутому контуру. Это означает, что линия фронта ударной волны образует с направлением ее действия на земной поверхности угол $\sim 86°—87°$.

8. Резкая центральная асимметрия относительно точки (x_0, y_0) наблюдается в распределении переживших катастрофу деревьев. Общая

несимметрия по другим параметрам тоже достаточно четко видна на соответствующих картинах.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Фаст, А. П. Бояркина, М. В. Бакланов. Разрушения, вызванные ударной волной Тунгусского метеорита. См. наст. сборник.

2. В. Г. Фаст. К определению эпицентра взрыва Тунгусского метеорита по характеру вывала леса. Труды Томского отд. Всесоюзн. геогр. об-ва. 5. Проблема Тунгусского метеорита. Томск, 1963, стр. 97—104.

3. А. П. Бояркина, Д. В. Демин, И. Т. Зоткин, В. Г. Фаст. Изучение ударной волны Тунгусского метеорита по вызванным ею разрушениям леса. Метеоритика, вып. XXIV, 1964, стр. 112—128.

4. Д. В. Демин. О среднем квадратическом отклонении азимутов поваленных деревьев как параметре вывала. Труды Томского отд. Всесоюзн. геогр. об-ва, 5. Проблема Тунгусского метеорита. Томск, 1963, стр. 94—96.

5. Действия ядерного оружия. Перевод с английского, 1963.

6. М. А. Сорочинский. По следам урагана. Природа, № 3, 1964, стр. 118—120.

7. И. М. Суслов. Опрос очевидцев Тунгусской катастрофы в 1926 году. См. наст. сборник.

8. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. 1963.

9. Д. Миддлтон. Введение в статистическую теорию связи, Изд. «Сов. радио», т. 1, 1961.

10. Л. С. Гандин. Объективный анализ метеорологических полей. Гидрометеоиздат, 1963.

11. В. Г. Коненкин. Сообщения очевидцев о Тунгусском метеорите 1908 г. См. наст. сборник.

12. И. Т. Зоткин. Траектория и орбита Тунгусского метеорита. Метеоритика, вып. XXVII, 1966, стр. 109—118.

13. А. В. Золотов. К вопросу о возможности пылевой структуры Тунгусского космического тела. См. наст. сборник.

14. Д. Ф. Анфиногенов. О тунгусском метеоритном дожде. Успехи метеоритики. Новосибирск, 1966 г. стр. 20—22.

15. Г. М. Зенкин, А. Г. Ильин. О лучевом ожоге деревьев в районе взрыва Тунгусского метеорита. Метеоритика, вып. XXIV, 1964, стр. 129—140.